

Университет международного бизнеса

**КОШКИНА ОЛЬГА ВАЛЕНТИНОВНА**

**Производные финансовые инструменты**

Учебное пособие к практическим занятиям

Республика Казахстан  
Алматы, 2019

**УДК 336(075.8)**  
**ББК 65.26 я73**  
**К 76**

**Рецензенты:**

**Елубаева Ж.М.**- доктор экономических наук, профессор, декан базового факультета AlmaU

**Мадыханова К.А.**- кандидат экономических наук, доцент, каф. «Финансы, учет и аудит» AlmaU

**Саулембекова А.К.** -Доцент кафедры «Финансы и учет» УМБ, PhD

**Кошкина О.В.**

**Производные финансовые инструменты:** Учебное пособие к практическим занятиям/О.В.Кошкина - Алматы: Арт-Макс, 2019.-113с.

**ISBN 978-601-7605-00-1**

В настоящее время рынок производных финансовых инструментов является одним из наиболее динамично развивающихся сегментов финансового рынка. Мощный импульс развитию валютного и фондового международных рынков дали такие факторы, как переход к плавающим валютным курсам, ослабление государственного регулирования в финансовой сфере, продолжающийся быстрый рост международной торговли товарами и услугами, достижение нового уровня в компьютерной и телекоммуникационной технологии и другие процессы. Кроме того, современное инвестирование связано с повышенными рисками: риском изменения курса валюты, риском роста/падения процентных ставок по вкладам, риском колебания курсов акций и т.п., следовательно, возникла потребность в развитии рынка производных финансовых инструментов, который бы обеспечивал страхование этих рисков.

Учебное пособие представляет собой практический интерес. В целом, работа дает исследователям и обучающимся ценный материал, который сочетает в себе качества учебного пособия и справочного материала.

Учебное пособие по содержанию соответствует стандарту и может быть использовано в качестве основной литературы для обучения студентов по дисциплине «Производные финансовые инструменты» направление подготовки 05В050900 «Финансы», а также в качестве дополнительной литературы по дисциплинам, изучающим финансовые рынки для студентов-бакалавров по направлениям подготовки.

Учебное пособие состоит из 14 глав.

**УДК 336(075.8)**

**ББК 65.26 я73**

**К 76**

**ISBN 978-601-7605-00-1**

© О.В. Кошкина, 2019

## СОДЕРЖАНИЕ

	<b>Стр</b>
<b>ВВЕДЕНИЕ</b>	4
ТЕМА 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РЫНКА ПРОИЗВОДНЫХ ФИНАНСОВЫХ ИНСТРУМЕНТОВ	5
ТЕМА 2 ФОРВАРДНЫЕ КОНТРАКТЫ И ИХ ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ	9
ТЕМА 3 ФЬЮЧЕРСНЫЕ КОНТРАКТЫ И ИХ ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ	17
ТЕМА 4 СТРАТЕГИИ ХЕДЖИРОВАНИЯ С ПОМОЩЬЮ ФЬЮЧЕРСОВ	26
ТЕМА 5 ПРОЦЕНТНЫЕ СТАВКИ	35
ТЕМА 6 ОПЦИОНЫ И ИХ ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ	43
ТЕМА 7 СВОЙСТВА ФОНДОВЫХ ОПЦИОНОВ	50
ТЕМА 8 СТРАТЕГИИ ТОРГОВЛИ АКЦИЯМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОПЦИОНОВ	59
ТЕМА 9 СВОПЫ	66
ТЕМА 10 БИНОМИАЛЬНЫЕ ДЕРЕВЬЯ	74
ТЕМА 11 МОДЕЛЬ БЛЭКА-ШОУЛЗА-МЕРТОНА	82
ТЕМА 12 УПРАВЛЕНИЕ РИСКОМ: ИСПОЛЬЗОВАНИЕ «ГРЕЧЕСКИХ» КОЭФФИЦИЕНТОВ	87
ТЕМА 13 СТОИМОСТЬ ПОД РИСКОМ (VAR).	93
ТЕМА 14 ОЦЕНКА ВОЛАТИЛЬНОСТИ И КОРРЕЛЯЦИИ ТЕСТЫ НА ЗАКРЕПЛЕНИЕ	98
<b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК</b>	<b>102</b>
	<b>112</b>

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время рынок производных финансовых инструментов является одним из наиболее динамично развивающихся сегментов финансового рынка. Мощный импульс развитию валютного и фондового международных рынков дали такие факторы, как переход к плавающим валютным курсам, ослабление государственного регулирования в финансовой сфере, продолжающийся быстрый рост международной торговли товарами и услугами, достижение нового уровня в компьютерной и телекоммуникационной технологии и другие процессы. Кроме того, современное инвестирование связано с повышенными рисками: риском изменения курса валюты, риском роста/падения процентных ставок по вкладам, риском колебания курсов акций и т.п., следовательно, возникла потребность в развитии рынка производных финансовых инструментов, который бы обеспечивал страхование этих рисков.

На наш взгляд, учебное пособие представляет собой практический интерес. В целом, работа дает исследователям и обучающимся ценный материал, который сочетает в себе качества учебного пособия и справочного материала.

Учебное пособие освещает все темы стандарта курса "Производные финансовые инструменты": понятие и классификации производных финансовых инструментов, рынок фьючерсных контрактов, биржевые опционы и торговля ими, рынки таких небиржевых производных инструментов, как своп-контракты, многопериодные опционы и кредитные свопы.

Для студентов и аспирантов, бакалавров и магистров, обучающихся по экономическим и финансовым специальностям.

Учебное пособие может быть полезно для всех участников финансового рынка, интересующихся вопросами торговли производными финансовыми инструментами.

Учебное пособие по содержанию соответствует стандарту и может быть использовано в качестве основной литературы для обучения студентов по дисциплине «Производные финансовые инструменты» направление подготовки 05В050900 «Финансы», а также в качестве дополнительной литературы по дисциплинам, изучающим финансовые рынки для студентов-бакалавров по направлениям подготовки.

## ТЕМА 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РЫНКА ПРОИЗВОДНЫХ ФИНАНСОВЫХ ИНСТРУМЕНТОВ

### Теоретический материал

Производный финансовый инструмент (дериватив) может быть определен как финансовый инструмент, стоимость которого зависит от (или происходит от) значений других базовых переменных. Очень часто переменные, лежащие в основе производных финансовых инструментов, являются ценами торгуемых активов. Например, опцион на акции - это производный инструмент, стоимость которого зависит от цены акции. Производные также могут зависеть практически от любой переменной, от цены на золото до количества осадков, выпадающего в туристическом городе.

Сейчас идет активная торговля кредитными деривативами, производные электроэнергии, погодные производные и страховые производные. Множество новых типов процентных ставок, иностранной валюты и производных инструментов на собственного капитала. Также есть много новых идей в управлении рисками и оценке рисков с помощью деривативов.

*Примеры производных финансовых инструментов:* Фьючерсные контракты, форвардные контракты, свопы, опционы

*Рынки деривативов:* Традиционные биржи использовали ранее open-out cry систему, но все чаще переходят на электронную торговлю. Контракты стандартные, кредитного риска практически нет. Внебиржевой (ОТС). Компьютерная и телефонная сеть дилеров в финансовых учреждениях, корпорациях и управляющих фондами. Контракты могут быть нестандартными, существует кредитный риск.

*Способы использования деривативов:* Застраховать риски, спекулировать, зафиксировать арбитражную прибыль, изменить характер ответственности, изменить характер инвестиций, не неся затрат на продажу одного портфеля и покупку другого.

*Форвардные контракты:* Форвардные контракты похожи на фьючерсы, за исключением того, что они торгуются на внебиржевом рынке. Форвардные контракты особенно популярны на валюты и процентные ставки. Форвардная цена контракта - это цена доставки, которая была бы применима к контракту, если бы о ней договорились сегодня (цена доставки сделала бы контракт равным нулю). Форвардная цена может отличаться для контрактов с разными сроками погашения.

*Позиции сторон:* Сторона, которая согласилась купить, имеет длинную позицию. Сторона, которая согласилась продать, имеет короткую позицию.

*Фьючерсные контракты:* Соглашение о покупке или продаже актива по определенной цене в определенное время. Аналогично форвардному контракту. В то время как форвардный контракт торгуется на внебиржевом рынке, фьючерсный контракт торгуется на бирже.

*Опционы.* Опцион колл - это возможность купить определенный актив к определенной дате за определенную цену (цена исполнения). Опцион пут - это опцион на продажу определенного актива к определенной дате по определенной цене (цене исполнения).

*Американский и европейский опционы.* Американский опцион может быть использован в любое время в течение его жизни. Европейский опцион может быть исполнен только в конце срока.

Фьючерсный и форвардный контракты представляют держателю *обязательство* покупать или продавать по определенной цене. Опцион дает владельцу *право* покупать или продавать по определенной цене.

*Типы трейдеров:* Хеджеры, Спекулянты, Арбитражеры. Некоторые из самых больших торговых потерь при операциях с производными финансовыми инструментами произошли потому, что лица, которые должны были быть хеджерами или арбитражерами, стали спекулянтами.

## **Практический материал**

### *Обсудить*

#### *Примеры хеджирования:*

1) Американская компания заплатит 10 миллионов фунтов за импорт из Британии через 3 месяца и решит захеджировать позицию, используя длинную позицию в форвардном контракте.

2) Инвестору принадлежит 1000 акций Microsoft, стоимость которых в настоящее время составляет 28 долларов США. Двухмесячный пут со страйк-ценой 27,50 доллара стоит 1 доллар. Инвестор решает хеджировать, покупая 10 контрактов

*Пример спекуляции:* Инвестор с 4000 долларов для инвестирования чувствует, что цена акций Amazon.com будет расти в течение следующих 2 месяцев. Текущая цена акции составляет \$ 40, а цена двухмесячного опциона колл со страйком 45 составляет \$ 2. Каковы альтернативные стратегии в этом случае?

*Пример Арбитража:* Цена акций составляет 100 фунтов в Лондоне и 172 доллара в Нью-Йорке. Текущий обменный курс составляет 1.7500. Какова арбитражная возможность?

## **Ситуации**

*Ситуация 1.* 3 июня 2019 г. казначей корпорации заключает долгосрочный форвардный контракт на покупку 1 млн. фунтов стерлингов в течение шести месяцев по курсу 1,6100. Это обязывает корпорацию выплатить 1 610 000 долларов США за 1 миллион фунтов стерлингов 3 декабря 2019 г. Каковы возможные результаты?

*Ситуация 2.* Предположим, что: Спотовая цена на золото составляет 300 долларов США. Годовая форвардная цена на золото составляет 340 долларов США. Годовая процентная ставка в долларах США составляет 5% годовых. Есть ли возможность арбитража?

*Ситуация 3.* Предположим, что: Спотовая цена на золото составляет 300 долларов США. Годовая форвардная цена золота составляет 300 долларов США. Годовая процентная ставка в долларах США составляет 5% годовых. Есть ли возможность арбитража?

Расчет форвардной цены на золото. Если спотовая цена на золото равна  $S$ , а форвардная цена контракта, поставляемого в течение  $T$  лет, равна  $F$ , то (формула 1)

$$F = S (1 + r) T \quad (1)$$

где  $r$  - безрисковая процентная ставка в течение 1 года (в национальной валюте).

В наших примерах  $S = 300$ ,  $T = 1$  и  $r = 0,05$ , так что  $F = 300 (1 + 0,05) = 315$  долларов США

*Ситуация 4.* Предположим, что: Спотовая цена на нефть составляет 19 долларов США. Котируемая на 1 год цена фьючерс на нефть составляет 25 долларов США. Годовая процентная ставка в долларах США составляет 5% годовых. Стоимость хранения нефти составляет 2% годовых. Есть ли возможность арбитража?

*Ситуация 5.* Предположим, что: Спотовая цена на нефть составляет 19 долларов США. Котируемая на 1 год цена фьючерса на нефть составляет 16 долларов США. Годовая процентная ставка в долларах США составляет 5% годовых. Стоимость хранения нефти составляет 2% годовых. Есть ли возможность в этом случае арбитража?

### **Вопросы для закрепления**

1. Объясните природу производных финансовых инструментов.
2. Что такое рынок деривативов.
3. Когда и как можно использовать производные финансовые инструменты
4. Объясните разницу между типами трейдеров

### **Домашняя работа. Письменно ответить на вопросы**

1. В чем разница между длинной передней и короткой передней позициями?
2. Объясните разницу между хеджированием, спекуляцией и арбитражем.
3. Инвестор заключает короткий форвардный контракт на продажу 100 000 британских фунтов за доллары США по курсу 1,4000 долларов США за фунт. Сколько инвестор получает или теряет, если обменный курс в конце контракта составляет (а) 1,3900 и (б) 1,4200?
4. Трейдер заключает короткий фьючерсный контракт на хлопок, когда цена фьючерса составляет 50 центов за фунт. Контракт рассчитан на

доставку 50 000 фунтов. Сколько выигрывает или теряет трейдер, если цена хлопка в конце контракта составляет (а) 48,20 центов за фунт и (б) 51,30 центов за фунт?

5. При первом выпуске акции предоставляют средства для компании. То же самое происходит если выпускается опцион на акции?



## ТЕМА 2 ФОРВАРДНЫЕ КОНТРАКТЫ И ИХ ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

### Теоретический материал

Одним из видов производных контрактов является форвардный контракт. Это соглашение о покупке или продаже актива в определенное время в будущем по определенной цене. Такой вид контракта является альтернативным спотовому контракту, который является соглашением о покупке или продаже актива сегодня. Форвардный контракт реализуется на внебиржевом рынке - обычно между двумя финансовыми институтами или между финансовым учреждением и одним из его клиентов.

Одна из сторон форвардного контракта находится на длинной позиции и соглашается купить базовый актив в определенную будущую дату по определенной указанной цене. Другая сторона находится на короткой позиции и соглашается продать актив в тот же день по той же цене.

Форвардный контракт является предметом торговли на внебиржевом рынке. Как правило, он заключается между двумя финансовыми организациями или финансовой организацией и одним из ее клиентов.

Форвардный контракт – это твердая сделка, т.е. сделка обязательная для исполнения. Лицо, которое обязуется купить базисный актив по контракту, открывает длинную позицию, т.е. покупает контракт. Лицо, продающее базисный актив по контракту, открывает короткую позицию, т.е. продает контракт.

В настоящее время очень популярны форвардные контракты на иностранную валюту.

Большинство крупных банков держит на службе как спот-трейдеров (spot traders), так и форвардных трейдеров (forward traders). Спот-трейдеры заключают сделки с иностранной валютой при условии ее немедленной поставки. Форвардные трейдеры заключают контракты на поставки валюты в будущем. Курс (quote) – это количество долларов США (USD), которые можно получить за 1 фунт стерлингов (GBP).

Форвардные контракты можно использовать для хеджирования рисков, связанных с колебаниями валютных курсов.

Доход (или убыток) участника сделки, занимающего длинную позицию в форвардном контракте, в расчете на одну единицу актива равен:

$$St - K \quad (1)$$

где  $St$  - спот цена, а  $K$  - цена поставки

Доход (или убыток) участника сделки, занимающего короткую позицию в форвардном контракте, в расчете на одну единицу актива равен

$$K - St \quad (2)$$

где  $S_t$  - спот цена, а  $K$  - цена поставки

Несмотря на то что форвардный контракт предполагает обязательность исполнения, контрагенты не застрахованы от его неисполнения в силу, например, банкротства или недобросовестности одного из участников сделки. Таким образом, для форвардного контракта характерен кредитный риск.

Форвардный контракт может заключаться с целью игры на разнице курсовой стоимости активов. Лицо, открывающее длинную позицию, рассчитывает на рост цены базисного актива, лицо, открывающее короткую позицию – на понижение его цены.

При заключении форвардного контракта согласовывается цена, по которой будет исполнена сделка. Ее называют ценой поставки или ценой исполнения. Она остается неизменной в течении всего времени действия контракта.

Существует также понятие форвардной цены базисного актива. Это цена актива для определенного времени в будущем, например, трехмесячная форвардная цена, шестимесячная форвардная цена и т.д. Это более общее понятие по сравнению с понятием цены поставки. Оно характеризует конъюнктуру данного актива относительно определенного момента в будущем. Когда участники контракта согласовывают цену поставки, они учитывают конъюнктуру рынка относительно этого момента и записывают данную цену как цену поставки по контракту. Поскольку в этой цене учтены все условия конъюнктуры, то в этот момент она является и форвардной ценой актива для определенного момента времени в будущем. В следующие моменты времени конъюнктура рынка будет изменяться, поэтому в новых контрактах на данный актив, которые истекают одновременно с нашим первым контрактом, будет возникать и новая цена поставки и соответственно, новая форвардная цена базисного актива.

Для каждого момента времени форвардная цена базисного актива – это цена поставки форвардного контракта, который был заключен в этот момент. Таким образом, на рынке в каждый момент времени для определенной даты в будущем существует форвардная цена базисного актива и она равна цене поставке форвардных контрактов, заключаемых в этот момент.

Некоторые арбитражные стратегии используют продажу без покрытия или короткую продажу (short selling). Так называются сделки, связанные с продажей активов, которые продавцам не принадлежат.

*Форвардный контракт на бесприбыльный инвестиционный актив, цена которого равна  $S_0$ .*

Зависимость между величинами  $F_0$  и  $S_0$  описывается следующей формулой:

$$F_0 = S_0 e^{r \times T} \quad (3)$$

где  $T$  – это срок действия контракта,  $r$  – безрисковая процентная ставка, а  $F_0$  – форвардная цена.

Если  $F_0 > S_0 e^{r \times T}$ , арбитражер может купить актив и заключить форвардный контракт на его продажу. Если  $F_0 < S_0 e^{r \times T}$  арбитражер может продать актив без покрытия и заключить форвардный контракт на его покупку.

Если есть доход в виде дивидендов необходимо учитывать текущую стоимость дивидендов  $I$ , которая вычисляется по формуле :

$$I = d1 e^{-r \times T} + d2 e^{-r \times T} \dots \dots \dots \quad (4)$$

где  $d1, d2, \dots$  дивиденды на акцию

Тогда форвардный контракт можно посчитать по формуле

$$F_0 = (S_0 - I) e^{r \times T} \quad (5)$$

Если в настоящий момент контракт заключается в первые, то цена поставки  $K$  равна форвардной цене  $F_0$ , а стоимость контракта  $f$  равна нулю. С течением времени цена  $K$  остается постоянной (поскольку она является частью контракта), но цена  $F_0$  изменяется, так что стоимость  $f$  может стать как положительной, так и отрицательной.

Для всех форвардных контрактов на покупку инвестиционных активов или активов потребления справедлива следующая формула:

$$f = (F_0 - K) e^{-r \times T} \quad (6)$$

Аналогично формула для вычисления стоимости форвардного контракта на продажу с ценой поставки  $K$  равна:

$$f = (K - F_0) e^{-r \times T} \quad (7)$$

## Практический материал

### Задачи

**Задача 1.** Казахстанский импортер планирует через три месяца купить за границей товары, поэтому через три месяца ему будет нужна определенная сумма в долл. США. Курс доллара может вырасти. Чтобы застраховаться от валютного риска, он решает хеджировать покупку валюты *трехмесячным форвардом на доллар США*. Банки предлагают трехмесячные контракты по цене 1 долл. = 377 тенге. Импортер покупает контракт по данной котировке, т.е. заключает с банком контракт, в рамках которого обязуется *купить доллары*. Проходит три месяца, импортер уплачивает по контракту 377 тенге за один доллар и получает контрактную сумму.

1) В этот момент на конъюнктура на спотовом рынке может оказаться любой. Допустим, курс доллара составил 380 тенге. Однако по контракту импортер получает доллар по 377 тенге.

2) Пусть курс доллара равен через три месяца 375 тенге, но импортер обязан выполнить условия сделки и купить доллар за 377 тенге.

Таким образом, заключение форвардного контракта застраховало импортера от неблагоприятной конъюнктуры, но не позволило воспользоваться благоприятной ситуацией.

В данном примере возникает общая закономерность для срочных контрактов, а именно: если страхуются от *роста цены базисного актива*, то *покупают контракт*, т.е. гарантируют себе на будущее цену покупки.

**Задача 2.** Пусть в условиях задачи 1 вместо импортера фигурирует *экспортер*. Через три месяца он должен получить *валютную выручку*, которую планирует конвертировать в тенге. Чтобы не рисковать, экспортер хеджирует будущую продажу долларов форвардным контрактом. Он продает форварды на доллары банку, т.е. заключает с банком контракт, в рамках которого обязуется продать доллары банку по цене 377 тенге за доллар.

Проходит три месяца, экспортер поставляет по контракту доллары по цене 377 тенге за один доллар и получает контрактную сумму.

1) Конъюнктура на спотовом рынке в этот момент может оказаться любой. Допустим, курс доллара составил 375 тенге. Однако по контракту экспортер продает доллар по 377 тенге.

2) Пусть курс доллара равен через три месяца 380 тенге., но экспортер обязан выполнить условия сделки и продать доллар за 377 тенге.

Таким образом, заключение форвардного контракта застраховало экспортера от неблагоприятной конъюнктуры, но не позволило воспользоваться благоприятной ситуацией.

В данном примере возникает общая закономерность для срочных контрактов, а именно: если страхуются от *падения цены базисного актива*, то *продают контракт*, т.е. гарантируют себе на будущее цену продажи.

**Задача 3.** Пусть в задаче 1 вместо импортера фигурирует *спекулянт*. Он ожидает, что курс доллара через три месяца составит 380 тенге. Поэтому спекулянт покупает контракт с котировкой 1 долл.=377 тенге.

1) Через три месяца курс доллара на спотовом рынке равен 380 тенге. Спекулянт покупает доллар по контракту за 377 тенге и сразу продает его на спотовом рынке по 380 тенге, выигрывая на одном долларе 3 тенге.

2) Если курс доллара к этому моменту упал до 375 тенге, спекулянт проигрывает 2 тенге. Он обязан исполнить форвардный контракт, т.е. купить доллар за 377 тенге, а продать его может сейчас только за 375 тенге.

Если играют на *повышение*, то *покупают контракт*, выигрывают от *роста цены* и проигрывают от ее *падения*.

**Задача 4.** *Игра по понижению.*

Пусть в предыдущей задаче спекулянт ожидает падения курса доллара через три месяца до 375 тенге. Он играет на понижение, т.е. продает контракт по 377 тенге.

1) Через три месяца доллар стоит 375 тенге. Спекулянт покупает его на спотовом рынке за 375 тенге и поставляет по форвардному контракту по 377 тенге, выигрывая 2 тенге.

2) Пусть доллар стоит 380 тенге. Чтобы исполнить контракт, спекулянт вынужден купить доллар на спотовом рынке за 380 тенге и поставить его по контракту за 377 тенге. Его проигрыш равен 3 тенге.

Если играют на *понижение*, то *продают контракт*, выигрывают от *снижения цены* и проигрывают от ее роста.

**Задача 5.** 1 марта заключается форвардный контракт на поставку акции Компании А 1 июля по цене 100 US\$. В момент заключения контракта форвардная цена акции с поставкой 1 июля равна цене поставке, т.е. 100 US\$. 1 апреля заключается еще один контракт на поставку акции Компании А 1 июля по цене 120 US\$. В новом контракте появилась новая цена поставки, так как изменилась конъюнктура рынка. Таким образом, форвардная цена акции 1 апреля (с поставкой 1 июля) равна цене поставки второго контракта, т.е. 120 US\$. В этом случае цена поставки для первого контракта остается равной 100 US\$, но форвардная цена акции с поставкой 1 июля в этот момент составляет 120 US\$.

**Задача 6.** Цена спот акции 10 US\$ , ставка без риска 10%. Определить шестимесячную форвардную цену акции ?

### ***Решение***

Рассчитываем по формуле 3

$$10 * e^{(0,1 * (6/12))} = 10,5 \text{ US\$}$$

**Задача 7.** Цена спот акции 200 US\$, ставка без риска 8%. Определить 50-дневную форвардную цену акции ? Финансовый год равен 365 дней.

### ***Решение***

Рассчитываем по формуле 3

$$200 * e^{(0,08 * (50/365))} = 202,2 \text{ US\$}$$

**Задача 8.** Дивиденды по акции некоей компании равны одному доллару и выплачиваются через два и пять месяцев. Цена акции равна 50 долл., а безрисковая процентная ставка по всем товарам равна 8% годовых с непрерывным начислением. Инвестор только что занял короткую позицию по шестимесячному форвардному контракту на акцию этой компании.

- Вычислите форвардную цену и начальную стоимость этого форвардного контракта.

- Три месяца спустя цена акции упала до 48 долл., а безрисковая процентная ставка осталась на уровне 8% годовых. Вычислите форвардную цену и стоимость короткой позиции по этому форвардному контракту.

## *Решение*

Наименование и обозначение	Данные	Расчет	Результат
1	2	3	4
Цена акции $S_0$	50 US\$		
безрисковая процентная ставка $r$	8%		
Дивиденды через два месяца $d_1$	1 US\$ через 2 месяца	2месяца/12месяцев	0,166667
Дивиденды через 5 месяцев $d_2$	1 US\$ через 5 месяцев	5месяцев/12месяцев	0,416667
$I_1$	4 формула	$1 * e^{(-8\% * 0,166667)}$	0,9868
$I_2$	4 формула	$1 * e^{(-8\% * 0,416667)}$	0,9672
$I$	4 формула	0,9868+0,9672	1,9540
$F_0$	5 формула	$(50 - 1,9540) * e^{(8\% * 6/12)}$	50,00682
$f$	смотрите теоретический материал		0
прошло 3 месяца			
$S_0$	48		
$d_2$	0,166667		
$I_2$	4 формула	$1 * e^{(-8\% * 0,166667)}$	0,9868
$F_0$	5 формула	$(48 - 0,9868) * e^{(8\% * 3/12)}$	47,96298
$f$	Так как короткая позиция используем формулу 7	$(50,00682 - 47,96298) * e^{(-8\% * 3/12)}$	2,003

## **Ситуации**

### *Ситуация 1*

В таблице 1. приведены текущие и форвардные курсы обмена фунтов стерлингов (GBP) и долларов США (USD) установленные крупным международным банком 6 августа 2019 года.

Таблица 1 - Текущие и форвардные курсы обмена валют USD-GBP на 6 августа 2019 года.

Наименование	Покупка (Bid)	Продажа (offer)
Текущий курс	1,2157	1,2161
Форвардный контракт на один месяц	1,1310	1,1314
Форвардный контракт на три месяца	1,1210	1,1214
Форвардный контракт на шесть месяцев	1,1107	1,1111

Первая строка означает, что банк готов купить 1 фунт стерлингов на спот-рынке по цене 1,2157 долл. и продать его на этом же рынке за 1,2161 долл. Вторая, третья и четвертая строки означают, что банк готов купить 1 фунт стерлингов через один, три и шесть месяцев за 1,1310, 1,1210, 1,1107 долл. соответственно и продать 1 фунт стерлингов через один, три и шесть месяцев за 1,1314, 1,1214, 1,1111 долл. соответственно.

#### *Ситуация 2*

Предположим, что 6 августа 2019 года финансовый директор некой американской корпорации узнает, что через шесть месяцев (3 декабря 2019 года) корпорация должна заплатить 1 млн.GBP, и желает хеджировать риск, связанный с изменением курса иностранной валюты.

Используя котировки, приведенные в табл.1, финансовый директор может согласиться заключить форвардный контракт на покупку 1 млн.GBP через шесть месяцев по курсу 1,1107 долл. В результате корпорация занимает длинную позицию по форвардному контракту. (обязывается купить у банка 1 млн.GBP 3 декабря 2019 года, заплатив 1,1107 млн.долл.). Банк занимает короткую форвардную позицию. (обязуется 3 декабря 2019 года продать 1 млн.GBP за 1,1107 млн.долл.)

Таким образом, обе стороны заключили обязательное соглашение.

#### *Ситуация 3*

Пример продажи без покрытия акций некоей компании. Предположим, инвестор отдал своему брокеру приказ продать без покрытия 500 акций компании IBM. Брокер выполнит этот приказ, взяв акции в займы у другого клиента и продав их на рынке, как обычно. Если у брокера всегда есть возможность взять акции в займы у своих клиентов, инвестор может занимать короткую позицию сколь угодно долго. Однако на определенном этапе инвестору все же придется закрыть короткую позицию, купив 500 акций компании IBM и вернув их кредитору. Если цена акций упадет, инвестор получит прибыль, если вырастет – понесет убытки. Инвестор, занимающий короткую позицию, должен выплачивать брокеру все доходы, например дивиденды или проценты, которые в обычных условиях приносят продаваемые ценные бумаги. В свою очередь, брокер обязан перечислять эти деньги на счет клиента, у которого акции были одолжены.

#### **Вопросы для закрепления**

1. Что произойдет, если инвестор продает акцию без покрытия ?
2. В чем заключается разница между форвардной ценой и стоимостью форвардного контракте ?
3. Предположим, что вы заключили шестимесячный форвардный контракт на акцию, не предусматривающую выплату дивидендов, а безрисковая процентная ставка (с непрерывным начислением) равна 12% в год. Чему равна форвардная цена ?

**Домашняя работа. Решить задачи.**

1. Цена спот акции 20 US\$ , ставка без риска 8%. Определить шестимесячную форвардную цену акции ?

2. Цена спот акции 250 US\$, ставка без риска 12%. Определить 50-дневную форвардную цену акции ? Финансовый год равен 360 дней.

3. Цена спот акции 180 US\$., ставка без риска 10%. Фактическая форвардная цена акции с поставкой через 90 дней 184 у.е. Какую прибыль может получить арбитражер на момент заключения контракта. Перечислить действия арбитражера. Финансовый год равен 365 дням. Дивиденды по акции не выплачиваются

4. Дивиденды по акции некоей компании равны одному доллару и выплачиваются через два и пять месяцев. Цена акции равна 50 долл., а безрисковая процентная ставка по всем товарам равна 8% годовых с непрерывным начислением. Инвестор только что занял длинную позицию по шестимесячному форвардному контракту на акцию этой компании.

-Вычислите форвардную цену и начальную стоимость этого форвардного контракта.

- Три месяца спустя цена акции выросли до 52 долл., а безрисковая процентная ставка осталась на уровне 8% годовых. Вычислите форвардную цену и стоимость короткой позиции по этому форвардному контракту.



## **ТЕМА 3 ФЬЮЧЕРСНЫЕ КОНТРАКТЫ И ИХ ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

### **Теоретический материал**

Фьючерсный контракт – это соглашение о будущей поставке базисного актива, которое заключается на бирже. Биржа сама разрабатывает его условия и они являются стандартными для каждого базисного актива. Поэтому по сравнению с форвардными контрактами, фьючерсные контракты высоко ликвидны, поскольку их условия одинаковы для всех инвесторов.

Исполнение фьючерсного контракта гарантируется расчетной палатой. Именуются контракты по месяцу их истечения. Например, мартовский фьючерс. Это означает, что контракт истекает в марте.

Фьючерсные контракты обычно являются краткосрочными.

Фьючерсный контракт можно заключить только при посредничестве брокерской компании, которая является членом биржи. Поэтому первый шаг к началу фьючерсной торговли состоит в заключении контракта с брокером на брокерское обслуживание.

При открытии позиции по контракту его участник должен внести гарантийный взнос (залог). Он называется начальной или депозитной маржой. По величине маржа составляет обычно от 2% до 20% стоимости контракта. Данные вносятся на клиентский счет, который открывается в расчетной палате каждому участнику торгов.

Чтобы определить величину начальной маржи, инвестор должен знать текущую стоимость фьючерсного контракта. В западной практике она определяется как произведение фьючерсной цены на количество базисных активов в контракте.

Например, фьючерсный контракт на акцию компании А включает 100 акций. Фьючерсная цена мартовского фьючерса равна 100 долл. за акцию. Тогда текущая стоимость контракта составляет:

$$100 \text{ акций} * 100 \text{ долл.} = 10\,000 \text{ долл.}$$

Таким образом, контракт сейчас стоит 10 000 долл. Пусть начальная маржа равна 10% от стоимости контракта. Это значит, что гарантийный залог составляет 1 000 долл.

Начальная маржа (гарантийное обеспечение) – сумма средств в денежном выражении, которую необходимо внести на счет клиринговой организации для открытия одной позиции по контрактам. Начальная маржа выполняет функцию гарантии исполнения обязательств по открытым позициям.

Участник контракта может держать позицию открытой в течение длительного времени, например, несколько дней. Однако все равно ежедневно по его счету будет происходить движение средств : расчетная палата будет начислять ему текущий выигрыш или списывать текущий

проигрыш. Текущие выигрыши (проигрыши) она определяет по итогам каждой торговой сессии на основе котировочной цены.

Котировочная цена – это цена, которая определяется по итогам торговой сессии на основе котировок или сделок, заключенных в ходе данной сессии.

При заключении фьючерсного контракта участники согласовывают цену базисного актива с поставкой в определенный момент в будущем. Она называется фьючерсной ценой. Важно подчеркнуть, что согласованная фьючерсная цена не фиксируется во фьючерсном контракте. Она фиксируется только по счету каждого из участников сделки как цена открытия позиции.

Фьючерсная цена может быть выше или ниже текущей цены спот базисного актива. Ситуация, когда фьючерсная цена выше цены спот, называется контанго (премия к цене спот). Ситуация, когда фьючерсная цена ниже цены спот, называется бэквардейшн (скидка относительно цены спот).

Биржей устанавливаются лимиты на изменения ежедневных цен. Если цена падает на величину, равную дневному лимиту, говорят, что контракт вышел за нижний предел (limit down). Если цена вырастет на величину, равную дневному лимиту, говорят, что контракт вышел за верхний предел (limit up). Как правило, в этом случае торги на этот день прекращаются. Однако в некоторых случаях биржа имеет право изменить пределы изменения цен и продолжить торги.

Цель установления лимитов цен – предотвратить большое изменение цен, возникающие при крупных спекуляциях.

Позиционные лимиты – это максимальное количество контрактов, которые может держать спекулянт. Цель позиционного лимита – предотвратить чрезмерно большое влияние спекулянта на состояние рынка.

По мере приближения месяца поставки фьючерсная цена сходится к цене спот базового актива. Как только этот месяц настанет, эти цены либо совпадут, либо будут очень близкими.

Для того чтобы убедиться в этом, предположим сначала, что на протяжении периода поставки фьючерсная цена превышает цену спот. В этом случае у трейдеров возникает очевидные арбитражные возможности.

1. Заключить короткий фьючерсный контракт.
2. Купить актив
3. Выполнить поставку.

Эти действия принесут прибыль, равную величине, на которую фьючерсная цена превосходит цену спот. Как только трейдеры воспользуются этой арбитражной возможностью, фьючерсная цена упадет.

Допустим теперь, что на протяжении периода поставки фьючерсная цена ниже цены спот.

1. Заключить длинный фьючерсный контракт.
2. Подождать его исполнения.

В этом случае фьючерсная цена будет расти.

Брокер должен потребовать от инвестора депонировать финансовые средства на маржинальном счете (margin account).

Сумма, которая должна лежать на маржинальном счете до истечения срока действия контракта, называется первоначальной маржой (initial margin).

Допустим, что эта сумма равна 2000 долл. за каждый контракт, т.е. на счете инвестора в нашем примере должно лежать 4000 долл.

В конце каждого операционного дня маржинальный счет корректируется, отражая прибыль или убыток инвестора. Эта практика называется переоценкой активов (marking to market).

Инвестор имеет право снимать с маржинального счета любую сумму, превышающую первоначальную маржу. Чтобы гарантировать поддержание положительного баланса на маржинальном счете, биржа устанавливает гарантийную маржу, величина которой немного меньше первоначальной маржи.

Если баланс на маржинальном счете падает ниже гарантийной маржи, инвестор получает маржинальное требование (margin call) и на следующий день должен дополнить счет до уровня первоначальной маржи. Дополнительная сумма, зачисляемая на маржинальный счет, называется вариационной маржой (variation margin). Если инвестор не вносит ее, брокер закрывает позицию, продавая контракт

### Практический материал

**Задача 1.** Пример фьючерсного контракта: Инвестор занимает длинную позицию по двум фьючерсным контрактам в декабре на золото 5 июня. Размер контракта составляет 100 унций. Цена фьючерса составляет 400 долларов США. Маржинальное требование составляет 2000 долларов США / контракт (всего 4000 долларов США). Маржа за обслуживание составляет 1500 долларов США / контракт (3000 долларов США в общей сложности).

**Задача 2.** Маржинальные операции инвестора, занимающего длинную позицию в двух фьючерсных контрактах на золото. Первоначальная маржа равна 2 000 долл. на контракт или 4000 долл. в сумме. Гарантийная маржа равна 1500 долл. на контракт или 3000 долл. Контракт вступает в силу 5 июня при цене 400 долл. за унцию и закрывается 26 июня при цене 392,30 долл. за унцию.

### Решение

День	Фьючерсная цена	Дневная прибыль (убыток), долл.	Совокупная прибыль (убыток), долл.	Баланс маржинального счета, долл.	Маржинальное требование, долл.
1	2	3	4	5	6

продолжение таблицы

1	2	3	4	5	6
	400,00			4 000	
5 июня	397,00	$-600((397-400)*100*2)$	-600	3 400(4000+-600)	
6 июня	396,10	-180	$-780(-600+-180)$	3 220	
9 июня	398,20	420	-360	3 640	
10 июня	396,10	-420	-780	3 220	
11 июня	396,70	120	-660	3 340	
12 июня	395,40	-260	-920	3 080	
13 июня	393,30	-420	-1 340	2 660(так как ниже требования требуется пересчет)	1 340(4000-2660)
16 июня	393,60	60	-1 280	Пересчитывает с учетом пополнения счета 4 060(1340+2660+60)	
17 июня	391,80	-360	-1 640	3 700	
18 июня	392,70	180	-1 460	3 880	
19 июня	387,00	-1 140	-2 600	2 740 (так как ниже требования требуется пересчет)	1 260(4000-2740)
20 июня	387,00	0	-2 600	Пересчитывает с учетом пополнения счета 4 000(1260+2740+0)	
23 июня	388,10	220	-2 380	4 220	
24 июня	388,70	120	-2 260	4 340	
25 июня	391,00	460	-1 800	4 800	
26 июня	392,30	260	-1 540	5 060	

**Задача 3.** Инвестор купил расчетный фьючерсный контракт на акцию по 1200 тенге и продержал его до момента истечения. Котировочная цена в

последний день действия контракта равна 900 тенге. Определить финансовый результат для инвестора.

**Решение**

-1200 так как купил, деньги уходят

Котировочная цена+900

Финансовый результат  $-1200+900=-300$  (убыток)

**Задача 4.** Инвестор продал расчетный фьючерсный контракт на акцию по 1200 тенге и продержал его до момента истечения. Котировочная цена в последний день действия контракта равна 900 тенге. Определить финансовый результат для инвестора.

**Решение**

+1200 так как продал, деньги приходят

Котировочная цена-900

Финансовый результат  $1200-900=300$  (прибыль)

**Задача 5.** Инвестор купил акцию за 100 тенге на спотовом рынке и купил фьючерс на эту акцию по 95 тенге. Через неделю он продал акцию за 110 тенге и закрыл фьючерсную позицию по 102 тенге. Определить финансовый результат для инвестора.

**Решение**

- 100 тенге, так как купил акцию, деньги уходят

- 95 тенге, так как купил фьючерс, деньги уходят

+110 тенге, так как продал акцию, деньги приходят

+ 102 тенге, так как продал фьючерс, деньги приходят

$-100-95+110+102=17$  (прибыль)

**Задача 6.** Инвестор купил акцию за 80 тенге на спотовом рынке и продал фьючерс на эту акцию по 90 тенге. Через неделю он продал акцию за 90 тенге и закрыл фьючерсную позицию по 103 тенге. Определить финансовый результат для инвестора.

**Решение**

- 80 тенге, так как купил акцию, деньги уходят

+90 тенге, так как продал акцию, деньги приходят

+90 тенге, так как продал фьючерс на эту акцию, деньги приходят

- 103 тенге, так как купил фьючерс, деньги уходят

$-80+90+90-103=-13$  (убыток)

**Задача 7.** Трейдер занимает короткую позицию во фьючерсном контракте на продажу 150 тыс.фунтов стерлингов по курсу 1,600 долл за фунт. Определите прибыль или убытки трейдера, если обменный курс в момент

истечения срока действия контракта равен 1) 1,5100 долл за фунт; 2) 1,6500 долл за фунт.

**Решение**

Обозначения	Данные и результаты расчета	Расчет
2	3	4
K	1,6 USD	
St	1,51 USD	
St	1,65 USD	
Единиц актива	150 000 GBP	
Прибыль (короткая позиция)	13 500	$(1,6-1,51)* 150\ 000$
Убыток (короткая позиция)	-7 500	$(1,6-1,65)* 150\ 000$

**Задача 8.** Некая компания занимает короткую позицию в контракте на поставку 5 000 бушелей пшеницы по 250 центов за бушель. Первоначальная маржа равна 3 000 долл., а гарантийная маржа – 2 000 долл.

а) Какое изменение цены может привести к предъявлению маржинального требования?

б) При каких условиях инвестор имеет право снять с маржинального счета 1 500 долл.?

**Решение**

Обозначения	Данные и результаты расчета	Расчет
F1	2,5 USD	
F2	<b>2,7 USD</b>	
F2	<b>2,2 USD</b>	
Величина контракта	5 000 бушелей	
Стоимость контракта	12 500	$2,5*5000$
Первоначальная маржа	3 000	
Гарантийная маржа	2 000	
Маржинальное требование	1 000	$3000-2000$
предъявление маржинального требования	-1000	$(2,5- F2)* 5\ 000$
имеет право снять с маржинального счета	1500	$(2,5- F2)* 5\ 000$

Используется EXCEL для нахождения значения F2 с установлением формулы

Какое изменение цены может привести к предъявлению маржинального требования- при цене 2,7 USD

При каких условиях инвестор имеет право снять с маржинального счета 1 500 долл.- при цене 2,2 USD

**Задача 9.** Инвестор купил акцию за 120 тенге на спотовом рынке и купил фьючерс на эту акцию по 125 тенге. Через неделю он продал акцию за 128 тенге и закрыл фьючерсную позицию по 130 тенге. Определить финансовый результат для инвестора.

**Решение**

спот	-120	+128
фьючерс	-125	+130
результат	13	

Финансовый результат для инвестора прибыль +13

**Задача 10.** Инвестор купил акцию за 120 тенге. на спотовом рынке и продал фьючерс на эту акцию по 125 тенге. Через неделю он продал акцию за 128 тенге и закрыл фьючерсную позицию по 130 тенге. Определить финансовый результат для инвестора.

**Решение**

спот	-120	+128
фьючерс	+125	-130
результат	3	

Финансовый результат для инвестора прибыль +3

**Ситуации**

**Ситуация 1.** Имеется фьючерсный контракт на акции компании А, который насчитывает 1 акцию. Сейчас 1 декабря, контракт истекает 15 марта. Котировка мартовского фьючерса равна 100 у.е. за акцию. На рынке присутствуют 4 участника. (1,2) –участники отдают приказы своим брокерам купить 1 мартовский контракт по текущей цене, (3,4) – участники отдают приказы продать 1 мартовский контракт.

Заключив контракты, (1,2) участники взяли на себя обязательство купить 1 акцию компании А в марте, (3,4) участники взяли на себя обязательство продать по 1 акцию компании А в марте.

Контракты заключались через брокеров. Поэтому участники торгов не знали контрагентов по сделке. После заключения фьючерса стороной сделки для каждого из участников становится расчетная палата., т.е. для покупателей она выступает продавцом, для продавцов – покупателем.

Наши участники открыли позиции и держат их открытыми до момента истечения контрактов.

Незадолго до окончания срока действия контрактов они информируют расчетную палату о том, что собираются исполнять контракты. Хотя формально расчетная палата выступает стороной сделки, сама она не будет ни покупать, ни продавать акции. Поэтому расчетная палата начинает сводить участников контрактов парами.

Контракт истек 15 марта. Согласно его условиям, покупатели уплатили деньги, а продавцы поставили им по одной акции компании А.

**Ситуация 2. Игра на повышение.** Утром котировка мартовского фьючерса составляет 100 у.е. Спекулянт полагает, что к вечеру она вырастет до 110 у.е. Поэтому он играет на повышение, т.е. покупает мартовский фьючерс по 100 у.е. К вечеру фьючерсная цена поднялась до 110 у.е. Тогда спекулянт продает мартовский фьючерс по 110 у.е.

После окончания торговой сессии расчетная палата проводит клиринг по счетам спекулянта, т.е. зачитывает его противоположные обязательства. Первой сделкой спекулянт взял на себя обязательство купить одну акцию компании А в марте, второй сделкой – продать одну акцию компании А в марте же. Таким образом, вторая сделка погасила его обязательство по первой: он уже не должен ни покупать, ни продавать акцию. Однако учитывается, что он купил первый контракт по 100 у.е., а второй продал по 110 у.е., т.е. дороже. Разница в 10 у.е. составляет выигрыш спекулянта 10 у.е. вечером переводятся расчетной палатой на его счет. Данная сумма списывается со счета участника торгов, который имел короткую позицию по контракту.

Допустим теперь, что спекулянт ошибся в прогнозе, и к вечеру фьючерсная цена упала до 90 у.е.. Чтобы не рисковать еще больше, он продает контракт по 90 у.е.. Вновь вторая сделка погасила его обязательство по первой сделке. Однако финансовый результат для него отрицательный : он купил контракт по 100 у.е., а продал только по 90 у.е.. Поэтому уже с его счета расчетная палата списывает сумму в 10 у.е. и переводит на счет лица, которое имело короткую позицию по контракту.

**Ситуация 3. Игра на понижение.** Утром котировка мартовского фьючерса составляет 100 у.е.. Спекулянт полагает, что к вечеру она упадет до 90 у.е.. Поэтому он играет на понижение, т.е. продает мартовский фьючерс по 100 у.е.. К вечеру фьючерсная цена снизилась до 90 у.е.. Тогда спекулянт покупает мартовский фьючерс по 90 у.е..

После окончания торговой сессии расчетная палата проводит клиринг по его счету. Первой сделкой спекулянт взял на себя обязательство продать акцию компании А в марте, второй сделкой – купить акцию компании А в марте. Таким образом, вторая сделка погасила его обязательство по первой : он уже не должен ни продавать, ни покупать акцию. Однако учитывается, что он продал первый контракт по 100 у.е., а купил второй по 90 у.е., т.е. дешевле. Разница в 10 у.е. составляет его выигрыш, который вечером



переводится на его счет. Данная сумма списывается со счета участника торгов с длинной позицией по контракту.

Допустим теперь, что спекулянт ошибся в прогнозе и к вечеру фьючерсная цена выросла до 110 у.е.. Чтобы не рисковать еще больше, он покупает контракт по 110 у.е.. Вновь вторая сделка погасила его обязательство по первой. Однако финансовый результат для него отрицательный : он продал контракт по 100 у.е., а купил по 110 у.е.. Поэтому с его счета списывают маржу в размере 10 у.е..

### **Вопросы для закрепления**

1. Что такое начальная маржа?
2. В чем разница между местным и фьючерсным комиссионным торговцем?
3. В чем разница между операциями на маржинальных счетах, управляемых клиринговым центром, и счетами, управляемыми брокером?
4. Какие существуют различия в том, как котируются цены на валютном фьючерсном рынке, валютном спотовом рынке и валютном форвардном рынке?
5. Объясните, как маржа защищает инвесторов от возможности дефолта.

### **Домашняя работа. Решить задачи**

1. Трейдер занимает длинную позицию в форвардном контракте на покупку 120 тыс. фунтов стерлингов по курсу 1,600 долл за фунт. Определите прибыль или убытки трейдера, если обменный курс в момент истечения срока действия контракта равен 1) 1,5100 долл за фунт; 2) 1,6500 долл за фунт.

2. Некий инвестор занимает длинные позиции в двух фьючерсных контрактах на поставку замороженного апельсинового сока. Каждый контракт заключается на поставку 15 000 фунтов. Текущая фьючерсная цена равна 160 центов за фунт, первоначальная маржа равна 7 000 долл. на контракт, а гарантийная маржа 5 500 долл. на контракт. Какое изменение цены может привести к предъявлению маржинального требования? При каких обстоятельствах инвестор имеет право снять 3 000 долл. с маржинального счета?

3. Инвестор купил акцию за 150 тенге на спотовом рынке и купил фьючерс на эту акцию по 148 тенге. Через неделю он продал акцию за 145 тенге и закрыл фьючерсную позицию по 146 тенге. Определить финансовый результат для инвестора.

4. Инвестор купил акцию за 150 тенге. на спотовом рынке и продал фьючерс на эту акцию по 148 тенге. Через неделю он продал акцию за 145 тенге и закрыл фьючерсную позицию по 146 тенге. Определить финансовый результат для инвестора.

## ТЕМА 4 СТРАТЕГИИ ХЕДЖИРОВАНИЯ С ПОМОЩЬЮ ФЬЮЧЕРСОВ

### Теоретический материал

Выбирая фьючерсные рынки для хеджирования риска, отдельный инвестор или компания обычно стремится занять позицию, в максимальной степени нейтрализующий риск.

Представим себе компанию, знающую, что в течение трех ближайших месяцев увеличение цены товара на один цент принесет ей 10 000 долл., а уменьшение его цены на один цент нанесет ей убытки на ту же сумму. Чтобы нейтрализовать риск, финансовый директор компании должен занять короткую фьючерсную позицию.

Если цена товара упадет, прибыль, полученная благодаря короткой фьючерсной позиции, компенсирует потери компании. Если же цена товара возрастет, убытки, нанесенные короткой фьючерсной позицией, компенсируются прибылью, полученной компанией.

Описанная выше хеджинговая позиция называется *короткой* (short hedge), поскольку она связана с короткой фьючерсной позицией. Она удобна в ситуациях, когда хеджер уже владеет активом и собирается продать в будущем. Например, короткое хеджирование может использовать фермер, владеющий несколькими свиньями и знающий, что через два месяца ему придется продать их на местном рынке.

Короткая хеджинговая позиция также используется в ситуациях, когда хеджер в данный момент еще не владеет активом, но впоследствии обязательно получит право собственности на него.

Представим себе, например, американского экспортера, знающего, что через три месяца он получит определенное количество евро. Если курс евро по отношению к доллару США вырастет, короткая фьючерсная позиция принесет убытки, а если упадет – прибыль. Итак, хеджинговая позиция компенсирует риск экспортера.

Хеджинговые позиции, связанные с длинной фьючерсной позицией, называются *длинными* (long hedges). Длинные хеджинговые позиции применяются, когда компания знает, что в будущем должна купить определенный актив, и желает зафиксировать его цену.

Большинство компаний занимаются производством, розничной торговлей, оптовой торговлей или предоставлением услуг. У них нет опыта прогнозирования рыночных показателей, таких как процентные ставки, валютные курсы или цены на товары. Следовательно, для них хеджирование рисков, связанных с этими факторами, является целесообразным. Такие компании могут сосредоточиться на своем основном виде деятельности. Осуществляя хеджирование, они избегают неприятных сюрпризов, таких как резкое повышение цен на товары.

На практике хеджирование не бывает простым. Перечислим некоторые из причин этого явления:

1. Актив, цена которого хеджируется, может не совпадать с базовым активом фьючерсного контракта.
2. Хеджеру может быть неизвестна точная дата покупки или продажи актива.
3. Фьючерсный контракт может быть закрыт досрочно.

Эти проблемы порождают *базисный риск* (basis risk). *Базисом* (basis) в хеджировании называется следующая величина. Базис = Цена спот хеджируемого актива – Фьючерсная цена

Если хеджируемый актив и базовый актив фьючерсного контракта совпадают, то в момент истечения срока фьючерсного контракта базис равен нулю. До этого момента базис может быть как положительным, так и отрицательным. В рамках очень краткосрочных контрактов цена спот должна быть равной фьючерсной. Для некоторых активов базис является положительной (например, для золота), а для других – отрицательным (например, для нефти марки Brent).

Если цена спот растет быстрее, чем фьючерсная, то базис растет. Этот эффект называется укреплением базиса (strengthening of the basis). Если, наоборот, фьючерсная цена растет быстрее цены спот, то базис уменьшается.

Чтобы проанализировать природу базисного риска, введем следующие обозначения.

$S_1$  : цена спот в момент  $t_1$  ;

$S_2$  : цена спот в момент  $t_2$  ;

$F_1$  : фьючерсная цена в момент  $t_1$  ;

$F_2$  : фьючерсная цена в момент  $t_2$  ;

Представим себе хеджера, знающего, что актив будет продан в момент  $t_2$  , и занимающего короткую фьючерсную позицию в момент  $t_1$

Цена, по которой продается актив, равен  $S_2$  , а прибыль от фьючерсной позиции равна

$$F_1 - F_2 \tag{8}$$

Следовательно, эффективная цена актива при хеджировании равна

$$S_2 + F_1 - F_2 = F_1 + b_2 \tag{9}$$

Представим теперь, что компания, знающая, что она купит актив в момент  $t_2$  , занимает длинную хеджинговую позицию в момент  $t_1$  , цена, по которой продается актив, равен  $S_2$  , а потери от хеджинговой позиции равна  $F_1 - F_2$ .

Следовательно, эффективная цена актива при хеджировании равна

$$S_2 + F_1 - F_2 = F_1 + b_2 \tag{10}$$

Ключевым фактором, влияющим на величину базисного риска, является выбор фьючерсного контракта, используемого для хеджирования. Этот выбор состоит из двух компонентов.

1. Выбор базового актива фьючерсного контракта.
2. Выбор месяца поставки.

Если хеджируемый актив точно совпадает с базовым активом фьючерсного контракта, первый выбор очень прост. В других обстоятельствах необходимо выполнить тщательный анализ и определить, какие из доступных фьючерсных контрактов имеют фьючерсные цены, наиболее сильно коррелирующие с ценой хеджируемого актива.

Если же эти активы не совпадают, то возникает *перекрестное хеджирование* (*cross hedging*). Представим себе, например, что некая авиакомпания озабочена фьючерсной ценой на реактивное топливо. Поскольку фьючерсные контракты на такое топливо не продаются, для хеджирования компания может выбрать фьючерсный контракт на поставку печного топлива. *Коэффициентом хеджирования* (*hedge ratio*) называется отношение размера позиции, занятой по фьючерсному контракту, к величине хеджируемого актива.

Вычисление оптимального коэффициента хеджирования. Введем следующие обозначения.

$\Delta S$  - изменение цены спот  $S$  на протяжении срока действия хеджингового контракта;

$\Delta F$  - изменение фьючерсной цены  $F$  на протяжении срока действия хеджингового контракта;

$\sigma_s$  стандартное отклонение величины  $\Delta S$ ;

$\sigma_f$  стандартное отклонение величины  $\Delta F$ ;

$\rho$  : коэффициент корреляции между величинами  $\Delta S$  и  $\Delta F$  ;

$h^*$  : коэффициент хеджирования, минимизирующий дисперсию позиции хеджера ;

*Оптимальный коэффициент хеджирования* (*minimum variance hedge ratio*) равен произведению коэффициента корреляции между величинами  $\Delta S$  и  $\Delta F$  на отношение их стандартных отклонений :

$$h^* = \rho \frac{\sigma_s}{\sigma_f} \quad (11)$$

Параметры в формуле (11) обычно оцениваются на основе ретроспективных данных о колебаниях цены спот и фьючерсной цены -  $\Delta S$  и  $\Delta F$ .

Если  $\rho = 1$  и  $\sigma_F = \sigma_S$ , оптимальный коэффициент хеджирования  $h^*$  равен 1. Этого можно было ожидать, поскольку в этом случае фьючерсная цена представляет собой зеркальное отражение цены спот. Если  $\rho = 1$  и  $\sigma_F = 2\sigma_S$ , оптимальный коэффициент хеджирования равен 0,5. В этом также нет ничего удивительного, поскольку в этой ситуации фьючерсная цена всегда в два раза превышает цену спот.

Эффективность хеджирования (hedge effectiveness) – это доля дисперсии, исключаемая за счет хеджирования. Эффективность хеджирования равна  $\rho^2$ , или

$$\rho^2 = h^{*2} \frac{\sigma_F^2}{\sigma_S^2} \quad (12)$$

Оптимальное количество контрактов

Введем следующие обозначения :

$N_A$  – размер хеджинговой позиции (единиц);

$Q_F$  – размер фьючерсного контракта (единиц);

$N^*$  - оптимальное количество фьючерсных контрактов, используемых для хеджирования.

Номинальная стоимость контрактов, используемых для хеджирования, равна  $h^*N_A$

Следовательно, количество требуемых контрактов определяется по формуле:

$$N^* = \frac{h^* N_A}{Q_F} \quad (13)$$

С помощью фьючерсов на фондовые индексы можно хеджировать портфель акций. Введем следующие определения:

$P$ : текущая стоимость портфеля;

$A$ : текущая стоимость акций, лежащих в основе фьючерсного контракта.

Если состав портфеля акций идентичен набору акций, по которым рассчитывается фондовый индекс, оптимальным является коэффициент хеджирования, равный 1. Из уравнения (13) следует, что количество фьючерсных контрактов, по которым хеджер должен занять короткую позицию, равен

$$N^* = \frac{P}{A} \quad (14)$$

## Практический материал

### Задачи

**Задача 1.** Сегодня, 5 марта : американская компания рассчитывает получить в конце июля 50 млн. японских иен, котируются фьючерсные контракты на иены с поставками в *марте, июне, сентябре и декабре*, фьючерсный курс иены = 0,7800 цента, величина контракта = 12,5 млн.иен, занимает короткую позицию в 4-х сентябрьских контрактах.

Конец июля : цена спот = 0,7200 ; фьючерсный курс иены = 0,7250 цента

Прибыль от короткой позиции =  $F_1 - F_2 = 0,7800 - 0,7250 = 0,0550$  цента,  
 базис =  $S_2 - F_2 = 0,7200 - 0,7250 = - 0,0550$

Эффективный курс иены равен окончательной цене спот + прибыль от фьючерсного контракта  $0,7200 + 0,0550 = 0,7750$  цента за иену, либо через базис

$$\text{Эффективный курс иены} = F_1 + b_2 = 0,7800 - 0,0550 = 0,7750$$

**Задача 2.** Сегодня, 8 июня : Некая компания должна купить 20 000 баррелей сырой нефти в какой-то момент времени между октябрем и ноябрем, котируются нефтяные фьючерсные контракты с поставками в декабре, фьючерсный курс нефти = 18 долл., величина контракта = 1000 баррелей, занимает длинную позицию в 20-и декабрьских контрактах.

Компания решает купить сырую нефть 10 ноября

10 ноября : цена спот = 20 долл. ; фьючерсная цена = 19,10 цента

Прибыль от длинной позиции =  $F_2 - F_1 = 19,10 - 18 = 1,10$  долл, базис =  $S_2 - F_2 = 20 - 19,10 = 0,90$

Эффективная цена барреля нефти равна окончательной цене спот - прибыль от фьючерсного контракта  $20 - 1,10 = 18,90$  долл. за баррель, либо через базис

$$\text{Эффективная цена} = F_1 + b_2 = 18 + 0,90 = 18,90 \text{ долл.}$$

**Задача 3.** Предположим, что стандартное отклонение ежеквартальных изменений цены товара равно 0,65 долл., стандартное отклонение ежеквартальных изменений фьючерсной цены товара равно 0,81 долл., а коэффициент корреляции между ними равен 0,8. Укажите оптимальный коэффициент хеджирования ?

**Решение**

Используем 11 формулу

$\sigma_s$	0,65
$\sigma_f$	0,81
$\rho$	0,8
$h$	$0,641975 = 0,8 * (0,65 / 0,81)$

**Задача 4.** Некая компания вложила 20 млн.долл в инвестиционный портфель, коэффициент  $\beta$  которого равен 1,2. Она хотел бы хеджировать свои риски с помощью фьючерсных контрактов на фондовый индекс S&P 500. Текущее значение этого индекса равно 1080, а сумма каждого контракта равна 250-кратному значению индекса. Какая хеджинговая позиция может минимизировать риски компании?

**Решение**

Используем 14 формулу

P	20 000 000 \$
$\beta$	1,2
Текущее значение индекса	1 080
Сумма каждого контракта	250
A	$270 000 = 1080 * 250$
N	$88,88889 = 1,2 * (20 000 000 / 270 000)$

**Задача 5.** Некая авиакомпания собирается купить через месяц два миллиона галлонов топлива для реактивных двигателей и решила использовать для хеджирования покупки топливные фьючерсы. В таблице приведены данные о колебаниях фьючерсной цены и цены спот галлона реактивного топлива  $\Delta S$  и  $\Delta F$  соответственно, собранные на протяжении 15 последовательных месяцев. Следовательно количество наблюдений  $n$  равно 15. Обозначим  $i$  – е наблюдения величин  $\Delta S$  и  $\Delta F$  через  $x_i$  и  $y_i$  соответственно.

Месяц	$X_i$	$Y_i$
1	0,021	0,029
2	0,035	0,02
3	-0,046	-0,044
4	0,001	0,008
5	0,044	0,026
6	-0,029	-0,019
7	-0,026	-0,01
8	-0,029	-0,007
9	0,048	0,043
10	-0,006	0,011
11	-0,036	-0,036
12	-0,011	-0,018
13	0,019	0,009
14	-0,027	-0,032
15	0,029	0,023

$$\sum_{i=1}^{15} x_i = -0,013 \quad \sum_{i=1}^{15} x_i^2 = 0,0138,$$

$$\sum_{i=1}^{15} y_i = 0,003 \quad \sum_{i=1}^{15} y_i^2 = 0,0097,$$

$$\sum_{i=1}^{15} x_i y_i = 0,0107$$

Применяя стандартные статистические формулы, вычислим следующие величины:

$$\sigma_F = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{15} x_i^2}{n-1} - \frac{(\sum_{i=1}^{15} x_i)^2}{n(n-1)}} = 0,0313$$

$$\sigma_S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{15} y_i^2}{n-1} - \frac{(\sum_{i=1}^{15} y_i)^2}{n(n-1)}} = 0,0263$$

$$\rho = \frac{n \sum_{i=1}^{15} x_i y_i - \sum_{i=1}^{15} x_i \sum_{i=1}^{15} y_i}{\sqrt{[n \sum_{i=1}^{15} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{15} x_i)^2][n \sum_{i=1}^{15} y_i^2 - (\sum_{i=1}^{15} y_i)^2]}} = 0,928.$$

Определим оптимальный коэффициент хеджирования  $h^*$  по формуле (11):

$$h^* = 0,928 \frac{0,0263}{0,0313} = 0,78$$

**Задача 6.** Данные задачи 7. Размер фьючерсных топливных контрактов, котируемых на бирже NYMEX, равен 42 000 галлонов за баррель. Рассчитать число необходимых контрактов

**Решение**

Используем формулу 13

$$\frac{0,78 \times 2\,000\,000}{42\,000} = 37,14$$

Вывод: компания должна заключить 37 фьючерсных контрактов

**Ситуации**

*Ситуация 1.* Сегодня 15 мая и нефтедобывающая компания только что заключила контракт на продажу одного миллиона баррелей сырой нефти. В качестве цены поставки избрана рыночная цена по состоянию на 15 августа.

15 мая: Цена спот = 19 долл. за баррель, фьючерсная цена нефти на августа = 18,75 долл, величина контракта = 1 000 баррелей, занимает короткую фьючерсную позицию в 1 000 контрактах.

15 августа: Цена спот = 17,50 долл. за баррель, поскольку август – это месяц поставки по фьючерсному контракту, фьючерсная цена должна быть очень близкой к цене спот, т.е. фьючерсная цена нефти = 17,50 долл.

Если нефтедобывающая компания закроет свои позиции 15 августа, эта стратегия зафиксирует цену сырой нефти на уровне 18,75 долл. за баррель.

Прибыль от короткой фьючерсной позиции = (18,75 – 17,50) = 1,25 долл на каждый баррель. Таким образом, общий объем средств, полученный от фьючерсной позиции и продажи нефти, будет равен 17,5 долл. + 1, 25 долл. = 18,75 долл. за баррель, т.е. 18,75 млн.долл.

*Ситуация 2.* Рассмотрим противоположную ситуацию, когда

15 августа: Цена спот = 19,50 долл. за баррель, поскольку август – это месяц поставки по фьючерсному контракту, фьючерсная цена должна быть очень близкой к цене спот, т.е. фьючерсная цена нефти = 19,50 долл.

Убыток от короткой фьючерсной позиции = (18,75 – 19,50) = -0,75 млн.

Как и в предыдущем примере, общий объем средств, полученный от фьючерсной позиции и продажи нефти, будет равен 19,5 – 0,75 = 18,75 долл., т.е. 18,75 млн.долл.

Легко видеть, что в обеих ситуациях компания получит 18,75 млн. долл.

*Ситуация 3.* 15 января: производителю изделий из меди потребуется 100 000 фунтов меди, чтобы выполнить определенный контракт. Цена спот меди = 140 центов за фунт, фьючерсная цена на май = 120 центов за фунт, величина контракта = 25 000 фунтов меди, занимает длинную фьючерсную позицию в 4-х контрактах. Если производитель закроет свои позиции 15 мая, эта стратегия зафиксирует цену меди на уровне 120 центов. за фунт.



15 мая: цена спот меди = 125 центов за фунт, поскольку май – это месяц поставки по фьючерсному контракту, фьючерсная цена должна быть очень близкой к цене спот, т.е. фьючерсная цена меди = 125 центов. Прибыль от длинной фьючерсной позиции =  $(125 - 120) = 5$  центов за фунт. Покупает медь за 125 центов и плюс прибыль от длин.позиции 5 центов, т.е.  $-125$  центов + 5 центов = - 120 центов, т.е. покупает за 120 центов.

*Ситуация 4.* Рассмотрим противоположную ситуацию, когда

15 мая: Цена спот = 105 центов за фунт, поскольку май – это месяц поставки по фьючерсному контракту, фьючерсная цена должна быть очень близкой к цене спот, т.е. фьючерсная цена меди = 105 центов.

Убыток от длинной фьючерсной позиции =  $(105 - 120) = -15$  центов за фунт.

Покупает медь за 105 центов и минус убыток от длин.позиции 15 центов, т.е.  $-105$  центов - 15 центов = - 120 центов, т.е. покупает за 120 центов.

### **Вопросы для закрепления**

1. В каких условиях целесообразно занять 1) короткую и 2) длинную хеджированную позицию?

2. Объясните, что такое базисный риск, возникающий, когда для хеджирования используются фьючерсные контракты.

3. Фьючерсные контракты на кукурузу, заключаемые на Чикагской продуктовой бирже, предусматривают сроки поставок в марте, мае, июле, сентябре и декабре. Какой контракт следует применить для хеджирования, если хеджированный контракт истекает в 1) июне, 2) июле и 3) январе?

4. Объясните, почему короткая позиция хеджера улучшается, если базис неожиданно укрепляется, и ухудшается, если базис неожиданно ослабевает.

5. Представьте себе, что вы – финансовый директор японской компании, экспортирующей электронное оборудование в США. Опишите свою стратегию хеджирования рисков, связанных с колебанием валютных курсов. Как вы убедите свое руководство применять эту стратегию?

### **Домашняя работа. Решить задачи**

1. Предположим, что стандартное отклонение ежеквартальных изменений цены товара равно 0,76 долл., стандартное отклонение ежеквартальных изменений фьючерсной цены товара равно 0,93 долл., а коэффициент корреляции между ними равен 0,7. Укажите оптимальный коэффициент хеджирования?

2. Некая компания вложила 25 млн.долл в инвестиционный портфель, коэффициент  $\beta$  которого равен 1,1. Она хотел бы хеджировать свои риски с помощью фьючерсных контрактов на фондовый индекс S&P 500. Текущее значение этого индекса равно 1120, а сумма каждого контракта равна 250-кратному значению индекса. Какая хеджированная позиция может минимизировать риски компании?

3. Некая компания собирается купить через месяц три миллиона галлонов топлива для реактивных двигателей и решила использовать для хеджирования покупки топливные фьючерсы. В таблице приведены данные о колебаниях фьючерсной цены и цены спот галлона реактивного топлива  $\Delta S$  и  $\Delta F$  соответственно, собранные на протяжении 15 последовательных месяцев. Определить оптимальный коэффициент хеджирования

Месяц	$X_i$	$Y_i$
1	0,021	0,029
2	0,035	0,01
3	0,035	-0,044
4	0,001	0,008
5	0,044	0,026
6	-0,029	-0,019
7	-0,026	-0,01
8	-0,029	0,007
9	-0,048	0,043
10	-0,006	0,011
11	-0,036	-0,036
12	-0,011	-0,018
13	0,019	0,009
14	-0,023	-0,032
15	0,029	0,023

4. Данные задачи 3. Размер фьючерсных топливных контрактов, котируемых на бирже NYMEX, равен 40 000 галлонов за баррель. Рассчитать число необходимых контрактов

## ТЕМА 5 ПРОЦЕНТНЫЕ СТАВКИ

### Теоретический материал

*Процентная ставка (interest rate)* – это количество денег, которые заемщик обещает выплатить кредитору. Для каждой конкретной валюты существует множество разных видов процентных ставок. Процентные ставки устанавливаются в зависимости от величины риска, что заемщик не выплатит долг кредитору. Этот вид риск называется кредитным риском (credit risk). Чем выше кредитный риск, тем выше процентная ставка, обещанная заемщиком.

Виды процентных ставок :

- *казначейские ставки;*
- *ставки LIBOR;*
- *ставки РЕПО.*

Казначейские ставки, или ставки по казначейским обязательствам (treasury rates), - это процентные ставки, используемые правительством при заимствовании средств в своей собственной валюте. Например, ставки по казначейским обязательствам США – это процентные ставки, под которые правительство США занимает доллары; японские казначейские ставки – это ставки, под которые японское правительство может занять иены, и т.д.

Как правило, предполагается, что вероятность правительственного дефолта по облигациям, деноминированным во внутренней валюте, равна нулю. Поскольку правительство всегда может погасить эти облигации за счет дополнительной эмиссии денег. По этой причине казначейские ставки часто называются безрисковыми.

Ставка LIBOR (London Interbank Offer Rate - LIBOR) – это ставка, по которой крупные банки, расположенные в Лондоне, предоставляют кредиты друг другу. Это ставка играет роль основной краткосрочной процентной ставки, характеризующей европейский денежный рынок и служит эталонной ставкой при выполнении широкого спектра транзакций. Корпорация может занять деньги по ставке, равной, например, LIBOR плюс 2%. Подобно ставке федеральных фондов LIBOR является статистической характеристикой, широко используемой инвесторами.

*Ставка LIBOR -Ставка, по которой предоставляются займы на лондонском рынке*

Крупные международные банки активно торгуют между собой *одномесечными, трехмесячными, шестимесечными и годовыми депозитами*, деноминированными во всех мировых валютах. Депозит, размещенный в банке, можно считать займом, предоставленным этому банку. Следовательно, чтобы принять от другого банка депозит под ставку LIBOR, банк должен соответствовать определенным критериям кредитоспособности. Как правило, он должен иметь кредитный рейтинг AA. Существует небольшая вероятность того, что финансовое учреждение, имеющее кредитный рейтинг AA, объявит дефолт по займу, сделанному под ставку LIBOR. Однако ставка

LIBOR близка к безрисковой. Торговцы деривативами считают, что ставки LIBOR лучше отражают поведение «истинной» безрисковой ставки.

Дилеры государственными ценными бумагами используют договора репо как форму краткосрочного (обычно на одни сутки) заимствования средств. Дилер продает инвестору ценные бумаги на одни сутки с условием обратного выкупа им этих ценных бумаг на следующий день по более высокой цене. Это повышение цены представляет собой «суточный процент». Этот процент называется ставкой репо (repo rate). Таким образом, дилер как бы занимает деньги у инвестора на одни сутки, а соответствующие ценные бумаги играют в этом случае роль залога.

*Договора репо (repurchase agreements, repos). Договора о краткосрочной продаже государственных ценных бумаг, предусматривающие их последующий выкуп продавцом по более высокой цене.* Договор обратного репо (reverse repo) представляет собой «зеркальное отражение» договора репо. В данном случае дилер находит инвестора, владеющего государственными ценными бумагами, и покупает их, принимая на себя обязательство впоследствии продать их обратно по указанной (более высокой) цене.

Чтобы обобщить наши выводы, предположим, что инвестор вложил  $A$  единиц денег на  $n$  лет под  $R$  процентов годовых. Если процентная ставка начисляется раз в год, то окончательная сумма вклада равна

$$A \times (1+R)^n \quad (15)$$

Если же процентная ставка начисляется  $m$  раз в год, то окончательная сумма вклада равна

$$A \times (1+R/m)^{m \times n} \quad (16)$$

Предел выражения (16), если величина  $m$  стремится к бесконечности, называется непрерывным начислением (continuous compounding). В этом случае легко показать, что сумма  $A$ , инвестированная на  $n$  лет под  $R$  процентов, вырастет до величины

$$A \times e^{R \times n} \quad (17)$$

Предположим, что  $R_c$  – процентная ставка, начисляемая непрерывно, а  $R_m$  – эквивалентная ей ставка, начисляемая  $m$  раз в год. Из выражений (16) и (17) вытекает следующее равенство

$$Ae^{R_c n} = A\left(1 + \frac{R_m}{m}\right)^{mn},$$

или

$$e^{R_c} = \left(1 + \frac{R_m}{m}\right)^m$$

Значит,

$$R_c = m \ln\left(1 + \frac{R_m}{m}\right) \quad (18)$$

Эти формулы позволяют пересчитывать процентные ставки, начисляемые  $m$  раз в год, в непрерывно начисляемые проценты и наоборот

Процентная ставка по инструментам с нулевым купоном, нуль-купонная ставка или нулевая ставка (zero rate) – это процентная ставка, начисляемая на инвестиции в финансовые инструменты со сроком действия  $n$  лет. И проценты, и основной капитал по этим инвестициям выплачиваются через  $n$  лет. Промежуточные выплаты не предусмотрены.

Многие облигации предусматривают периодические выплаты по купонам. Кроме того, в момент погашения владелец облигации получает ее номинальную стоимость. Теоретическую цену облигации можно вычислить как приведенную (текущую) стоимость всех денежных выплат, которые получит ее владелец, если в качестве дисконтной ставки используется нуль-купонная ставка. Допустим, что казначейские нуль-купонные ставки с непрерывным начислением равны величинам, представленным в таблице.

Зависимость нуль-купонной ставки от срока погашения называется нулевой кривой (zero curve).

*Форвардными* называются процентные ставки, установленные на будущие интервалы времени на основе текущих нуль-купонных процентных ставок. Предполагается, что ставки начисляются непрерывно.

В общем, если  $R_1$  и  $R_2$  – это нуль-купонные процентные ставки, соответствующие срокам погашения  $T_1$  и  $T_2$ , а  $R_F$  – форвардная процентная ставка, установленная для интервала времени между моментами  $T_1$  и  $T_2$ , то

$$R_F = \frac{R_2 T_2 - R_1 T_1}{T_2 - T_1} \quad (19)$$

Чтобы проиллюстрировать эту формулу, рассмотрим вычисление форвардной ставки на четвертый год на основе данных, приведенных в таблице.  $T_1 = 3$ ,  $T_2 = 4$ ,  $R_1 = 0,046$  и  $R_2 = 0,05$ . Результат равен  $R_F = 0,062$ .

Формулу (19) можно переписать следующим образом :

$$R_F = R_2 + (R_2 - R_1) * \frac{T_1}{T_2 - T_1} \quad (20)$$

Отсюда следует, что если на интервале времени между моментами  $T_1$  и  $T_2$  нулевая кривая имеет положительный наклон, т.е.  $R_1 > R_2$ , то  $R_F > R_2$  (форвардная ставка больше обеих нуль-купонных ставок.). Аналогично, если на интервале времени между моментами  $T_1$  и  $T_2$  нулевая кривая имеет отрицательный наклон, т.е.  $R_1 < R_2$

то  $R_F < R_2$  (форвардная ставка меньше обеих нуль-купонных ставок)

## Практический материал

### Задачи

**Задача1** . Рассмотрим процентную ставку, равную 10% годовых с начислением раз в полгода. Подставляя в формулу (18) величины  $m = 2$  и  $R_m = 0.1$ , приходим к выводу, что эквивалентная процентная ставка с непрерывным начислением равна

$$2 \ln (1+0,1/2) = 0,09758,$$

**Задача 2.** Предположим, что пятилетние казначейские обязательства с нулевым купоном и с непрерывным начислением процентов имеют нулевую ставку, равную 5% годовых. Это значит, что 100 долл., инвестированных на пять лет по безрисковой процентной ставке, вырастут до

$$100 \times e^{0,05 \times 5} = 128,40 \text{ долл.}$$

**Задача 3.** Предположим также, что двухлетняя казначейская облигация, номинальная стоимость которой 100 долл., предусматривает купонные выплаты 6% годовых раз в полгода.

Срок погашения, лет.	Нуль-купонная ставка, % с непрерывным начислением
0,5	5,0
1,0	5,8
1,5	6,4
2	6,8

Чтобы вычислить текущую стоимость первого купона на сумму, равную трем долларам, используем величину коэффициента дисконтирования, равного 5% для шести месяцев. Чтобы вычислить текущую стоимость второго купона на сумму, равную трем долларам, сделаем скидку на 5,8% за год. Итак, теоретическая цена облигации

$$3e^{-0,05 \times 0,5} + 3e^{-0,058 \times 1,0} + 3e^{-0,064 \times 1,5} + 3e^{-0,068 \times 2,0} = 98,39 \text{ долл.}$$

**Задача 4.** Доходность купонной облигации равна дисконтной ставке, уравнивающей суммы денежных поступлений по облигации ее рыночной стоимости. Предположим, что теоретическая цена рассмотренной нами облигации, равная 98,39 долл., совпадает с рыночной стоимостью облигации. Если  $y$  – доходность облигации при непрерывном начислении процентов, должно выполняться следующее уравнение

$$3e^{-y \times 0,5} + 3e^{-y \times 1,0} + 3e^{-y \times 1,5} + 103e^{-y \times 2,0} = 98,39 \text{ долл.}$$

Решая это уравнение с помощью итерационного метода, получаем:  $y = 6,76\%$ .

**Задача 5.** Рассмотрим способы вычисления казначейских нуль-купонных ставок по стоимости ценных бумаг, лежащих в основе сделки. Один из методов называется бутстрэп (bootstrap method). Чтобы проиллюстрировать сущность этого метода, рассмотрим данные о цене пяти облигаций, приведенные в таблице

Номинал облигации, долл	Срок до погашения, лет	Годовой купон, долл	Стоимость облигации, долл
100	0,25	0	97,5
100	0,5	0	94,9
100	1,00	0	90,0
100	1,50	8	96,0
100	2,00	12	101,6

Поскольку первые три облигации не предусматривают купонных выплат, нуль-купонные ставки в момент погашения этих облигаций вычисляется просто. Трехмесячная облигация на момент погашения принесет 2,5 долл. ,если сумма первоначальной инвестиции равна 97,5 долл. При ежеквартальном начислении трехмесячная процентная ставка равна  $(4 \times 2,5) / 97,5 = 10,256\%$ . Из формулы (18) следует ,что при непрерывном начислении процентов ставка равна

$$4 \ln (1+0,10256/4) = 0,10127$$

т.е. 10,127% годовых.

Шестимесячная облигация на момент погашения принесет 5,1 долл. ,если сумма первоначальной инвестиции равна 94,9 долл. При полугодовом начислении процентов шестимесячная ставка равна  $(2 \times 5,1) / 94,9 = 10,748\%$ . Из формулы (3) следует ,что при непрерывном начислении процентов ставка равна

$$2 \ln (1+0,10748/2) = 0,10469$$

т.е. 10,469% годовых.

Аналогично при непрерывном начислении однолетняя ставка равна

$$\ln (1+10/90) = 0,10536$$

т.е. 10,536% годовых.

Срок погашения четвертой облигации равен 1,5 годам. По ней осуществляются следующие выплаты:

6 месяцев: 4 долл.

1 год: 4 долл.

1,5 года: 104 долл.

Из предыдущих вычислений мы знаем ,что дисконтная ставка на выплаты через шесть месяцев равна 10,469%, а через год – 10,536%. Кроме того, нам известно, что стоимость облигации, т.е. 96 долл., должна быть равной текущей стоимости всех выплат, полученных ее владельцем. Обозначим через  $R$  полутора-годовую нуль купонную ставку. В этом случае должно выполняться следующее уравнение.

$$4e^{-0,10469 \times 0,5} + 4e^{-0,10536 \times 1,0} + 104e^{-R \times 1,5} = 96.$$

Итак,  $e^{-R \times 1,5} = 0,85196$ ,

или,  $R = - \ln 0,85196 / 1,5 = 0,10681$

Таким образом, полуторагодовая нуль-купонная ставка равна 10,681%.

Двухлетнюю нуль-купонную ставку можно точно так же вычислить с помощью шестимесячной, годовой и полуторалетней нуль-купонных ставок,

а также информации, приведенной в таблице. Обозначим через  $R$  двухлетнюю нуль-купонную ставку. В этом случае должно выполняться следующее утверждение.

$$6e^{-0,10469 \times 0,5} + 6e^{-0,10536 \times 1,0} + 6e^{-0,10681 \times 1,5} + 106e^{-R \times 2} = 101,6.$$

Следовательно,  $R = 0,10808$ , т.е. 10,808%.

Срок погашения, лет.	Нуль-купонная ставка, % с непрерывным начислением
0,25	10,127
0,5	10,469
1	10,536
1,5	10,681
2	10,808

**Задача 6.** Предположим, что нуль-купонные процентные ставки с непрерывным начислением принимают значения, приведенные в таблице.

Срок погашения, лет.	Ставка, % годовых
1	2%
2	3.00%
3	3.70%
4	4.20%
5	4.50%

Вычислите форвардную процентную ставку на второй, третий, четвертый и пятый годы.

**Решение**

Используем формулу 20

Срок погашения, лет	Ставка % годовых	Форвардная ставка на n-й год	Решение
1	2,0%		
2	3,0%	4,0%	$3\% + (3\% - 2\%) * 1 \text{ лет} / (2 \text{ лет} - 1 \text{ лет})$
3	3,7%	5,1%	$3,7 + (3,7 - 3) * 2 / (3 - 2)$
4	4,2%	5,7%	$4,2 + (4,2 - 3,7) * 3 / (4 - 3)$
5	4,5%	5,7%	$4,5 + (4,5 - 4,2) * 4 / (5 - 4)$

**Задача 7.** Некий инвестор получил 1 120 долл., вложив год назад 980 долл. Вычислите процентный годовой доход при разных видах начисления.

- начисление раз в год;
- начисление раз в полгода;
- начисление раз в месяц;



d. непрерывное начисление.

**Решение**

Используем формулу 18

Задание			Решение
	P1	980	
	Pn	1 120	
a	Ставка	14,29%	1120/980-1
	n	2,00	
b	Ставка r(n)	13,81%	$2*(1+14,29)^{(1/2-1)}$
	n	12,00	
c	Ставка r(n)	13,43%	$12*(1+14,29)^{(1/12-1)}$
	n	непрерывно	
d	Ставка r(n)	13,35%	$1*Ln(1+14,29)$

**Задача 8.** Предположим, что 6-, 12-, 18- и 24- месячные нуль-купонные ставки равны 6%, 6,3%, 6,6% и 6,9% годовых при непрерывном начислении соответственно. Оцените наличную цену облигации с номинальной стоимостью, равно 100 долл., и сроком погашения через 24 месяца, если купонные выплаты в размере 5% годовых выплачиваются раз в полгода.

**Решение**

Срок погашения, лет	Нуль-купонная ставка, %	Купон	Дисконтирование
0,5	6,00%	2,50	2,43 ( $2,5*e^{-6%*0,5}$ )
1	6,30%	2,50	2,35 ( $2,5*e^{-6,3%*1}$ )
1,5	6,60%	2,50	2,26 ( $2,5*e^{-6,6%*1,5}$ )
2	6,90%	102,50	89,29 ( $102,5*e^{-6,9%*2}$ )

Цена

облигации  $96,33=2.43+2.35+2.26+89.29$

**Ситуации**

**Ситуация 1.** Заявление банка, что процентная ставка по однолетнему депозиту равна 10% годовых, выглядит ясным и недвусмысленным. Однако смысл этого утверждения зависит от способа начисления ставок.

Если сложная процентная ставка начисляется раз в год, утверждение банка означает, что вложенные 100 долл. до конца года вырастут до  $100 \times (1+0,10) = 100 \times 1,1 = 110$  долл.

Если же сложная процентная ставка начисляется раз в полгода, значит, каждые полгода на вклад поступают 5% лежащей на нем суммы. В этом случае вложенные 100 долл. до конца года вырастут до  $100 \times (1+0,05) \times (1+0,05) = 100 \times 1,05 \times 1,05 = 110,25$  долл.

Если же сложная процентная ставка начисляется раз в квартал, значит, каждые три месяца на вклад поступают 2,5% лежащей на нем суммы. В этом случае вложенные 100 долл. до конца года вырастут до

$100 \times (1+0,025) \times (1+0,025) \times (1+0,025) \times (1+0,025) = 100 \times (1,025)^4 = 110,38$  долл.

*Ситуация 2.* Ставка на уровне 3% годовых, установленная на один год, означает, что, вложив сегодня 100 долл., через год инвестор получит  $100 e^{0,03 \times 1} = 103,05$  долл.; ставка на уровне 4% годовых, установленная на два года, означает, что, вложив сегодня 100 долл., через два года инвестор получит

$100 e^{0,04 \times 2} = 108,33$  долл. и т.д.

### Вопросы для закрепления

1. Дайте определение процентной ставке (interest rate)
2. Какие виды процентных ставок вы знаете
3. Как используются казначейские ставки
4. Что такое Ставка LIBOR
5. Где и как используются договора РЕПО

### Домашняя работа. Решите задачи

1. Предположим, что нуль-купонные процентные ставки с непрерывным начислением принимают значения, приведенные в таблице.

Срок погашения, лет.	Ставка, % ГОДОВЫХ
1	3%
2	4.00%
3	4.70%
4	5.20%
5	5.50%

Вычислите форвардную процентную ставку на второй, третий, четвертый и пятый годы

2. Некий инвестор получил 1 130 долл., вложив год назад 990 долл. Вычислите процентный годовой доход при разных видах начисления.

- a. начисление раз в год;
- b. начисление раз в полгода;
- c. начисление раз в месяц;
- d. непрерывное начисление.

3. Предположим, что 6-, 12-, 18- и 24- месячные нуль-купонные ставки равны 7%, 7,2%, 7,4% и 7,6% годовых при непрерывном начислении соответственно. Оцените наличную цену облигации с номинальной стоимостью, равно 100 долл., и сроком погашения через 24 месяцев, если купонные выплаты в размере 8% годовых выплачиваются раз в полгода.

## ТЕМА 6 ОПЦИОНЫ И ИХ ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

### Теоретический материал

Опцион (англ. option ) — договор, по которому покупатель опциона получает право (но не обязанность) совершить покупку или продажу актива по заранее оговорённой цене в определенный договором момент в будущем или на протяжении определенного отрезка времени.

В опционном контракте всегда присутствуют две стороны: держатель опциона, имеющий право выбора совершить или не совершить ту или иную операцию (купли или продажи) и сторона, выпустившая или подписавшая опцион, которая обязана совершить указанную операцию, если того пожелает держатель опциона.

Опцион может быть на покупку или продажу базового актива.

Опцион Call — опцион на покупку. Предоставляет покупателю право купить базовый актив.

Опцион Put — опцион на продажу. Предоставляет покупателю право продать базовый актив.

Соответственно возможны четыре вида сделок с опционами:

- ✓ купить Опцион Call (длинная позиция по опциону)
- ✓ выписать (продать) Опцион Call (короткая позиция по опциону)
- ✓ купить Опцион Put (длинная позиция по опциону)
- ✓ выписать (продать) Опцион Put (короткая позиция по опциону)

Основные различия опциона и форвардного контракта:

1. Форвардный контракт – это всегда взаимное обязательство купить (продать) определенное количество базисных активов. Держатель же опционного контракта имеет право, но не обязательство купить или продать активы.

2. В момент заключения форвардного контракта обе стороны равноправны и подвергаются одинаковому риску. Поэтому в момент заключения форвардного контракта ни одна из сторон ничего не платит другой стороне. В момент же заключения опционного контракта стороны не равноправны. Одна сторона имеет право выбора купить или продать активы, а другая – обязана выполнить соответствующую операцию по требованию первой стороны. Именно поэтому при заключении опционного контракта первая сторона должна уплатить второй стороне, выпустившей или подписавшей опцион, определенную премию. Эта премия представляет собой плату за риск, которому подвергается сторона с короткой позицией по опциону из-за возможного неблагоприятного изменения цены базисных активов.

Стиль опциона :

Наиболее распространены опционы двух стилей — американский и европейский.

– Американский опцион может быть погашен в любой день срока до истечения срока опциона. То есть для такого опциона задается срок, во время которого покупатель может исполнить данный опцион.

– Европейский опцион может быть погашен только в одну указанную дату (дата истечения срока, дата исполнения, дата погашения).

Премия опциона — это сумма денег, уплачиваемая покупателем опциона продавцу при заключении опционного контракта. По экономической сути премия является платой за право заключить сделку в будущем.

Часто, говоря «цена опциона», подразумевают премию по опциону. Премия биржевого опциона является котировкой по нему.

Биржевые опционы являются стандартными биржевыми контрактами, и их обращение аналогично фьючерсам (фьючерсным контрактам). Для таких опционов биржей устанавливается спецификация контракта. При заключении сделок участниками торгов оговаривается только величина премии по опциону, все остальные параметры и стандарты установлены биржей. Публикуемой биржей котировкой по опциону является средняя величина премии по данному опциону за день.

С точки зрения биржевой торговли опционы с разными ценами исполнения или датами исполнения считаются разными контрактами. По биржевым опционам клиринговой палатой ведётся учёт позиций участников по каждому опционному контракту. То есть участник торгов может купить один контракт, и если он продаёт аналогичный контракт, то его позиция закрывается. Расчётная палата биржи является противоположной стороной сделки для каждой стороны опционного контракта.

Внебиржевые опционы не стандартизированные — в отличие от биржевых, они заключаются на произвольных условиях, которые оговаривают участники при заключении сделки. Технология заключения аналогична форвардным контрактам. Сейчас основными покупателями внебиржевого рынка являются крупные финансовые институты, которым необходимо хеджировать свои портфели и открытые позиции. Им могут быть нужны даты истечения, отличные от стандартных. Основными продавцами внебиржевых опционов являются в основном крупные инвестиционные компании.

Рассмотрим европейский опцион call с датой истечения  $T$  при цене исполнения  $X$ . Если  $S_t$  - цена базисных активов в момент  $T$ , то возможны лишь следующие два случая:

1)  $S_t > X$

2)  $S_t \leq X$

В первом случае держатель опциона call может купить по цене  $X$  активы рыночной стоимостью  $S_t$ , большей  $X$ . Поэтому держатель опциона исполнит свой опцион, и его выигрыш составит  $S_t - X$

В втором случае держатель имеет право купить по цене  $X$  активы стоимостью  $S_t$ , меньшей  $X$ . Следовательно в этом случае держатель опциона call свой опцион исполнять не будет и его выигрыш равен нулю.

Таким образом, выигрыш держателя опциона call на момент исполнения опциона определяется в виде  $\max \{S_t - X, 0\}$

Аналогичные рассуждения показывают, что выигрыш держателя европейского опциона put с датой истечения  $T$  при цене исполнения  $X$  можно записать в виде  $\max \{X - S_t, 0\}$

В каждый момент времени  $t$  важную роль играет то, как цена исполнения  $X$  соотносится со  $S_t$  спот-ценой базисных активов.

Говорят, что опцион call в данный момент времени  $t$  является опционом «с выигрышем», «без выигрыша» или «с проигрышем», если соответственно:  $S_t > X$ ,  $S_t = X$ ,  $S_t < X$

Аналогично опцион put является опционом «с выигрышем», «без выигрыша» или «с проигрышем», если соответственно:  $S_t < X$ ,  $S_t = X$ ,  $S_t > X$

При покупке опциона покупатель уплачивает продавцу премию. Премия есть не что иное, как цена опциона. Она состоит из двух частей: внутренней стоимости и временной стоимости.

Для опциона call внутренняя стоимость – это разность между текущим курсом базисного актива и ценой исполнения опциона, если это величина положительна. Если она отрицательна или равна нулю, то внутренней стоимости у опциона нет.

Для опциона put – это разность между ценой исполнения и текущим курсом базисного актива, если это величина положительная. Если она отрицательная или равна нулю, то внутренней стоимости нет. Временная стоимость для обоих опционов представляет собой разность между величиной премии и внутренней стоимостью.

Хеджирование опционами:

С помощью опционов можно страховать от повышения и понижения цены базисного актива. При хеджировании от роста цены базисного актива покупают опцион call, при страховании от падения цены базисного актива покупают опцион put.

Модель ценообразования опционов Блэка–Скоулза (англ. Black–Scholes Option Pricing Model, OPM) — это модель, которая определяет теоретическую цену на европейские опционы, подразумевающая, что если базовый актив торгуется на рынке, то цена опциона на него неявным образом уже устанавливается самим рынком.

Чтобы вывести свою модель ценообразования опционов, Блэк и Скоулз сделали следующие предположения:

– По базисному активу опциона call дивиденды не выплачиваются в течение всего срока действия опциона.

– Нет транзакционных затрат, связанных с покупкой или продажей акции или опциона.

- Краткосрочная безрисковая процентная ставка известна и является постоянной в течение всего срока действия опциона.
- Любой покупатель ценной бумаги может получать ссуды по краткосрочной безрисковой ставке для оплаты любой части ее цены.
- Короткая продажа разрешается без ограничений, и при этом продавец получит немедленно всю наличную сумму за проданную без покрытия ценную бумагу по сегодняшней цене.
- Торговля ценными бумагами ведется непрерывно, и цена акции движется непрерывно и случайным образом.

Вывод модели основывается на концепции безрискового хеджирования. Покупая акции и одновременно продавая опционы call на эти акции, инвестор может конструировать безрисковую позицию, где прибыли по акциям будут точно компенсировать убытки по опционам, и наоборот.

Безрисковая хеджированная позиция должна приносить доход по ставке, равной безрисковой процентной ставке, в противном случае существовала бы возможность извлечения арбитражной прибыли и инвесторы, пытаясь получить преимущества от этой возможности, приводили бы цену опциона к равновесному уровню, который определяется моделью.

## **Практический материал**

### **Задачи**

**Задача 1.** Имеется трехмесячный европейский опцион call на акцию. Цена исполнения опциона равна 100 у.е., опцион стоит 5 у.е.. Цена спот акции составляет 100 у.е.. Инвестор покупает опцион. Это означает, что он уплачивает продавцу опциона 5 у.е.. и получает право купить через три месяца акцию по цене исполнения, т.е. за 100 у.е..

Допустим покупатель опциона спекулянт, играющий на повышение. Он ожидает повышения курса акции к моменту истечения срока действия контракта до 120 у.е.. Он оказался прав. Тогда через три месяца спекулянт исполняет опцион, т.е. покупает акцию у продавца опциона за 100 у.е.. и сразу продает ее на спотовом рынке за 120 у.е.. На разнице он выигрывает 20 у.е.. Общий выигрыш спекулянта следует скорректировать на уплаченную премию, поэтому он составит:  $120 - 100 - 5 = 15$  у.е..

Пусть спекулянт ошибся, и курс акции через три месяца упал до 80 у.е.. Тогда он не исполняет опцион, так как бессмысленно покупать акцию за 100 у.е.. по опциону, если она стоит сейчас на рынке 80 у.е.. Итог операции инвестора – потеря премии.

**Задача 2.** Цена спот акции равна 100 у.е.. Инвестор покупает трехмесячный европейский опцион put на акцию с ценой исполнения 100 у.е.. за 5 у.е.. Это означает, что он уплачивает продавцу опциона 5 у.е.. и получает право продать ему акцию через три месяца за 100 у.е..

Допустим, инвестор является спекулянтом, играющим на понижение. Он ожидает падения цены акции к моменту истечения срока контракта до 80 у.е.. Он оказался прав. Тогда через три месяца он покупает акцию на спотовом

рынке за 80 у.е.. и исполняет опцион, т.е. продает ее по цене исполнения. На разнице цен он получает выигрыш:  $100 - 80 = 20$  у.е..

Чистый выигрыш с учетом уплаченной премии равен:  $20 - 5 = 15$  у.е..

Если спотовая цена к моменту истечения контракта оказалось равной 120 у.е., опцион не исполняется, так как отсутствует возможность купить акцию по более низкой цене и продать по более высокой. Покупатель несет потери в размере уплаченной премии

**Задача 3.** Цена исполнения опциона call 100 у.е., текущий курс акции 105 у.е., опцион стоит 7 у.е.. Внутренняя стоимость опциона равна:  $105 - 100 = 5$  у.е..

Временная стоимость составляет:  $7 - 5 = 2$  у.е..

**Задача 4.** Цена исполнения опциона call 100 у.е., текущий курс акции 95 у.е., опцион стоит 1 у.е.. Внутренняя стоимость опциона равна:  $95 - 100 = -5$  у.е..

Поскольку результат отрицательный, то внутренней стоимости у такого опциона нет. Его премия целиком состоит из временной стоимости, которая равна 1 у.е..

**Задача 5.** Инвестор планирует купить через три месяца акцию. Он опасается, что к этому моменту цена бумаги может вырасти, поэтому покупает трехмесячный опцион call с ценой исполнения 100 у.е. за 5 у.е..

К моменту истечения срока действия контракта курс акции равен 120 у.е.. Тогда инвестор исполняет опцион, т.е. покупает акцию за 100 у.е.. С учетом уплаченной за опцион премии фактическая цена покупки бумаги составила 105 у.е..

Допустим, к моменту истечения срока действия контракта курс акции равен 80 у.е.. Инвестор не исполняет опцион и покупает акцию на спотовом рынке. Фактическая цена покупки составляет 85 у.е..

**Задача 6.** Инвестор владеет акцией, курс которой равен 100 тенге. Он опасается падения ее цены в течении следующих трех месяцев и покупает трехмесячный опцион put с ценой исполнения 100 тенге. за 5 тенге. Через три месяца курс акции составил 80 тенге. Тогда инвестор исполнил опцион, т.е. продал акцию за 100 тенге. С учетом уплаченной премии он фактически получил за акцию 95 тенге.

Если цена акции выросла до 120 тенге., он не исполнил опцион, а продал акцию на спотовом рынке по этой цене. С учетом премии фактически полученная цена составила 115 тенге.

### **Вопросы для закрепления**

1. Дайте определение опциону?
2. Назовите параметры опциона?
3. В чем различие форварда и опциона?
4. Какие виды сделок с опционами вы знаете?
5. Дайте основные характеристики биржевых и внебиржевых опционов?

### **Домашняя работа. Решите задачи**

1. Инвестор купил европейский трехмесячный опцион «колл» на акцию с ценой исполнения 100 у.е. за 5 у.е. К моменту окончания контракта спотовая цена акции составила 120 у.е. Определите финансовый результат операции для инвестора ?

2. Инвестор купил европейский трехмесячный опцион «колл» на акцию с ценой исполнения 100 у.е. за 5 у.е. К моменту окончания контракта спотовая цена акции составила 103 у.е. Определите финансовый результат операции для инвестора ?

3. Инвестор купил европейский трехмесячный опцион «колл» на акцию с ценой исполнения 100 у.е. за 5 у.е. К моменту контракта спотовая цена акции составила 80 у.е. Определите финансовый результат операции для инвестора ?

4. Инвестор продал европейский опцион «колл» на акцию с ценой исполнения 200 у.е. за 10 у.е. К моменту окончания контракта спотовая цена составила 180 у.е. Определите финансовый результат операции для инвестора ?

5. Инвестор продал европейский трехмесячный опцион «колл» на акцию с ценой исполнения 150 у.е. за 15 у.е. К моменту окончания контракта спотовая цена акции составила 180 у.е. Определите финансовый результат операции для инвестора ?

6. Инвестор продал европейский опцион «колл» на акцию с ценой исполнения 285 у.е. за 45 у.е. К моменту окончания контракта спотовая цена акции составила 300 у.е. Определите финансовый результат операции для инвестора ?

7. Инвестор купил европейский опцион «пут» на акцию с ценой исполнения 100 у.е. за 5 у.е. К моменту окончания контракта спотовая цена акции составила 80 у.е. Определите финансовый результат операции для инвестора ?

8. Инвестор купил европейский трехмесячный опцион «пут» на акцию с ценой исполнения 100 у.е. за 5 у.е. К моменту окончания контракта спотовая цена акции составила 98 у.е. Определите финансовый результат операции для инвестора ?

9. Инвестор купил европейский трехмесячный опцион «пут» на акцию с ценой исполнения 100 у.е. за 5 у.е. К моменту окончания контракта спотовая цена акции составила 120 у.е. Определите финансовый результат операции для инвестора ?

10. Инвестор продал европейский трехмесячный опцион «пут» на акцию с ценой исполнения 100 у.е. за 5 у.е. К моменту окончания контракта спотовая цена акции составила 108 у.е. Определите финансовый результат операции для инвестора ?

11. Инвестор продал европейский трехмесячный опцион «пут» на акцию с ценой исполнения 200 у.е. за 25 у.е. К моменту окончания контракта



спотовая цена акции составила 180 у.е. Определите финансовый результат операции для инвестора ?

12. Инвестор продал европейский трехмесячный опцион «пут» на акцию с ценой исполнения 80 у.е. за 6 у.е. К моменту окончания контракта спотовая цена акции составила 70 у.е. Определите финансовый результат операции для инвестора ?

## ТЕМА 7 СВОЙСТВА ФОНДОВЫХ ОПЦИОНОВ

### Теоретический материал

Для исследования зависимостей между ценами европейских и американских опционов, с одной стороны, и ценами соответствующих акций, с другой, используется большое количество разнообразных арбитражных аргументов.

Наиболее важной зависимостью является паритет опционов "колл" и "пут" (put-call parity), связывающий между собой цены европейских опционов "колл" и европейских опционов "пут".

Существует шесть факторов, влияющих на цену фондового опциона.

1. Текущая цена акции  $S_0$ .
2. Цена исполнения  $K$ .
3. Срок действия  $T$  (время до истечения).
4. Волатильность цены акции  $\sigma$ .
5. Безрисковая процентная ставка  $r$ .
6. Дивиденды, ожидаемые в течение срока действия опциона.

Принято следующее обозначение американских и европейских опционов

$c$  : European call option price

$p$  : European put option price

$S_0$  : Stock price today

$K$  : Strike price

$T$  : Life of option

$\sigma$  : Volatility of stock price

$C$  : American Call option price

$P$  : American Put option price

$S_T$  : Stock price at option maturity

$D$  : Present value of dividends during option's life

$r$  : Risk-free rate for maturity  $T$  with cont comp

Влияние переменных на цену опциона. Изменение цены фондового опциона вследствие увеличения одной из переменных; при условии, что остальные факторы фиксированы

Variable	$c$	$p$	$C$	$P$
$S_0$	+	-	+	-
$K$	-	+	-	+
$T$	?	?	+	+
$\sigma$	+	+	+	+
$r$	+	-	+	-
$D$	-	+	-	+

Символ «+» означает, что увеличение переменной приводит к росту цены опциона; символ «-» означает, что при увеличении переменной цена опциона падает

Американский вариант стоит как минимум столько же, сколько и соответствующий европейский вариант.

Опционы «колл» более выгодны, когда цена акции растет, и менее выгодны, когда она падает. Выигрыш его владельца определяется величиной, на которую цена акции превышает цену исполнения.

Прибыль владельца опциона «пут» равна величине, на которую цена исполнения превышает цену акции. Таким образом, опцион «пут» является зеркальным отражением опциона «колл»: при падении цены акции его выгода увеличивается, а при росте – уменьшается.

С увеличением срока действия стоимость американских опционов «колл» и «пут» увеличивается.

Волатильность (volatility) цены акции – это величина, измеряющая неопределенность его будущих изменений. При увеличении волатильности возрастает вероятность, что цена акции будет очень высокой, так и очень низкой.

Владелец опциона на покупку акций получает выгод от возрастания их цены и рискует понести убытки при ее падении. Аналогично владелец опциона на продажу акций выигрывает от падения цены акции, но подвергается риску проигрыша при ее росте. Итак, стоимость опционов «колл» и «пут» при увеличении волатильности возрастает.

*Относительные изменения* рассчитывают двумя путями :

1. Как процентное изменение цены:

$$X_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{P_i} \cdot 100 \quad (21)$$

2. Вторым методом заключается в том, что в качестве переменной величины принимают логарифм отношения последующей цены к цене предыдущей (обычно это цены закрытия), а именно:

$$X_i = 100 \cdot \ln \frac{P_{i+1}}{P_i} \quad (22)$$

Случайная величина представляет собой натуральный логарифм относительного изменения этого показателя за один день, выраженный в процентах. Тогда дневную волатильность данного показателя можно оценить следующим образом :

$$\sigma_{\text{дн}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^T (X_i - \bar{X})^2}{T-1}}, \quad \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^T X_i}{T} \quad (23)$$

Зная дневную волатильность доходности финансового инструмента, можно оценить волатильность доходности этого инструмента за данный период времени :

$$\sigma_{пер} = \sigma_{дн} \cdot \sqrt{\tau_{пер}}, \quad (24)$$

где  $\sigma_{пер}$ -волатильность доходности за рассматриваемый период времени;  
 $\sigma_{дн}$ -дневная волатильность;  
 $\tau_{пер}$ -число дней в периоде

Волатильность представляет собой основную меру риска рыночного финансового инструмента. Волатильность является случайной составляющей изменения цены финансового инструмента, которое рассматривается следующим образом:

$$r = m + \sigma \quad (25)$$

$r$  - изменение цены за интервал,  
 $m$  - среднее изменение цены (тренд) - постоянная величина;  
 $\sigma$  - волатильность, случайная величина (временной ряд) с нулевым мат. ожиданием.

т.е. движение цены за некоторый интервал рассматривается как некое планируемое трендовое движение и случайное отклонение от тренда определяемое волатильностью.

## Практический материал

### Задачи

**Задача 1.** Цена спот акции 100 у.е, цена исполнения 100 у.е, ставка без риска для 65 дней 8% годовых. Определить нижнюю границу премии опциона «колл», который заключается на 65 дней. Финансовый год равен 365 дней.

### Решение

$$c_e = S - \frac{X}{1+r\left(\frac{T}{база}\right)} \quad (26)$$

где  $c_e$  - премия европейского опциона call

$T$  - период действия контракта

$r$  - ставка без риска

$S$	100	
$X$	100	
$r$	0,08	
$T$	65	$0,178082=65/365$

$$c_e = 1,40 = 100 - (100 / (1 + 0,08 * 0,178082))$$

**Задача 2.** Для условий задачи 1 определите величину арбитражной прибыли и перечислите действия арбитражера, если опцион колл стоит 1,2 у.е

**Решение**

Чтобы определить действия арбитражера, представим алгоритм рассуждений в общей форме. На рынке должно выдерживаться условие:

$$c_e \geq S - \frac{X}{1+r(\frac{T}{\text{база}})} \quad (27)$$

Если условие нарушено, то арбитраж возможен при

$$c_e < S - \frac{X}{1+r(\frac{T}{\text{база}})} \quad (28)$$

$$1,2 < 1,4$$

Арбитраж возможен

**Задача 3.** Цена спот акции 95 у.е, ставка без риска 10% годовых. Европейский опцион «пут» с ценой исполнения 100 у.е истекает через 30 дней. Определить нижнюю границу премии опциона «пут». База 365 дней.

**Решение**

$$p_e = \frac{X}{1+r(\frac{T}{\text{база}})} - S \quad (29)$$

где  $p_e$  - премия европейского опциона put

X - цена исполнения

S - цена спот акции

r - ставка без риска

T - время действия контракта

S	95	
X	100	
r	0,1	
T	30	0,082192=30/365
$p_e$	<b>4,18</b>	=(100/1+0,1*0,082192)-95

**Задача 4.** Для условий задачи 3 определите величину арбитражной прибыли и перечислите действия арбитражера, если опцион пут стоит 4 у.е

**Решение**

Чтобы определить действия арбитражера, представим алгоритм рассуждений в общей форме. На рынке должно выдерживаться условие:

$$p_e \geq \frac{X}{1+r\left(\frac{T}{\text{база}}\right)} - S \quad (30)$$

Если условие нарушено, то арбитраж возможен при

$$p_e < \frac{X}{1+r\left(\frac{T}{\text{база}}\right)} - S \quad (31)$$

$$4 < 4,18$$

Арбитраж возможен

**Задача 5.** Цена спот акции 105 у.е, цена исполнения 100 у.е, ставка без риска для 65 дней 8% годовых. В последний день действия контракта на акцию выплачивается дивиденд в размере 2 у.е. Определить нижнюю границу премии европейского опциона колл, который заключается на 65 дней. Финансовый год равен 365 дням

**Решение**

$$c_e = S - \frac{X + \text{div}}{1+r\left(\frac{T}{\text{база}}\right)} \quad (32)$$

где  $c_e$  - премия европейского опциона call

$T$  - период действия контракта

$r$  - ставка без риска

$div$  - дивиденд, выплачиваемый в последний день действия опциона

$S$	105	
$X$	100	
$r$	0,08	
$div$	2	
$T$	65	$0,178082 = 65/365$
		$= 105 -$
$c_e$	<b>4,43</b>	$(100+2)/(1+0,08*0,178082)$

**Задача 6.** Цена спот акции 100 у.е, ставка без риска 10% годовых. По акции через три месяца выплачивается дивиденд в размере 8 у.е. Определите верхнюю границу премии трехмесячного европейского опциона колл на ту акцию, если дивиденд на одну акцию выплачивается перед моментом истечения опциона.

**Решение**

Для европейского опциона call верхняя граница премии равна:

$$c_e = S - D, \quad (33)$$

где  $D$  -приведенная стоимость дивиденда к моменту заключения контракта, дивидент дисконтируется под ставку без риска  $r$

S	100	
r	0,1	
div	8	
T	3	0,25=3/12
D	92,20	=100-(8/1+0,1*0,25)
$c_e$	7,8	=100-92,2

**Задача 7.** Цена спот акции 105 у.е. цена исполнения 100 у.е, ставка без риска равна 10% годовых . Через 60 дней на акцию выплачивается дивидендов размере 3 у.е. Определить нижнюю границу премии опциона колл, который заключается на 90 дней. Финансовый год равен 365 дням

**Решение**

Используем данную формулу

$$c_e = S - \frac{X}{1+r\left(\frac{T}{\text{база}}\right)} - D \quad (34)$$

S	105	
X	100	
r	0,1	
T	60	0,164384=60/365
T1	90	0,2465753=90/365
div	3	2,9514825=3/(1+(0,1*0,164384))
c	4,45	=105-(100/(1+(0,1*0,2465753)))-2,9514825

**Задача 8.** Европейский опцион пут на акцию с ценой исполнения 100 у.е. истекает через 90 дней. Цена спот акции 100 у.е, на акцию в последний день действия контракта выплачивается дивиденд а размере 3 у.е., ставка без риска 10% годовых. Определить нижнюю границу премии опциона. Финансовый год равен 365 дням

**Решение**

Используем данную формулу

$$p_e = \frac{X+div}{1+r\left(\frac{T}{\text{база}}\right)} - S \quad (35)$$

S	100	
X	100	
r	0,1	
T1	90	0,2465753=90/365
div	3	

$$= ((100+3)/(1+0,1*0,2465753))-$$

$$p_e \quad 0,52 \quad 100$$

**Задача 9.** Цена спот акции 95 у.е на акцию. По акции через 60 дней выплачивается дивиденд в размере 3 у.е., ставка без риска 10% годовых. Европейский опцион пут на акцию с ценой исполнения 100 у.е. истекает через 90 дней. Определить нижнюю границу премии опциона. База 365 дней

### **Решение**

Используем данную формулу

$$p_e = \frac{X}{1+r\left(\frac{T}{\text{база}}\right)} + D - S \quad (36)$$

S	95	
X	100	
r	0,1	
T	60	0,164384=60/365
T1	90	0,2465753=90/365
div	3	2,9514825=3/(1+(0,1*0,164384))
$p_e$	<b>5,55</b>	$=((100/(1+(0,1*0,2465753)))+ 2,9514825-95$

### **Ситуации**

*Ситуация 1.* Инвестор приобретает европейский опцион «колл» на 100 акций компании eBay с ценой исполнения 100 долл. Предположим, что текущая цена акции равна 98 долл., срок платежа по опциону равен четырем месяцам, а цена опциона (его премия) на покупку одной акции равна 5 долл. Сумма первоначальной инвестиции равна 500 долл. Поскольку опцион является европейским, инвестор может исполнить его только в момент истечения срока платежа.

Если в этот момент цена акции будет меньше 100 долл., инвестору не следует предъявлять опционный контракт к исполнению (нет смысла покупать акции за 100 долл., если на рынках стоят они меньше). В таком случае инвестор потеряет всю первоначальную сумму инвестиций, т.е. 500 долл.

Если в день истечения срока платежа по опциону цена акции будет больше 100 долл., то опцион будет выполнен. Предположим, что цена акции равна 115 долл. Исполнив опцион, инвестор может купить 100 акций по цене 100 долл. за штуку. Немедленно продав эти акции, инвестор получит по 15 долл. прибыли на каждую акцию, т.е. 1 500 долл. Если учесть первоначальную стоимость опциона, чистая прибыль инвестора составит 1000 долл.

Необходимо понимать, что исполняя опционы, инвестор иногда все же может оказаться в убытке. Предположим, что цена акции компании eBay в день истечения срока действия опциона равна 102 долл. Инвестор может исполнить опцион, чтобы получить прибыль, равную  $100 \times (102 - 100) = 200$  долл. Однако в этом случае его убыток будет равен 300 долл., поскольку



первоначальная стоимость опциона была равной 500 долл. На первый взгляд, инвестору не следует исполнять опцион в такой ситуации. Однако, не исполнив его, он потеряет не 300 долл, а 500 долл.

*Ситуация 2.* Инвестор приобретает европейский опцион продавца на 100 акций компании IBM с ценой исполнения, равной 70 долл. Предположим, что текущая цена акции равна 65 долл., срок действия опциона равен трем месяцам, а опционная премия равна 7 долл. Сумма первоначальной инвестиции 700 долл. Поскольку опцион является европейским, он будет исполнен в момент истечения срока действия.

Если в этот день цена акции будет меньше 70 долл, предположим, что цена акции равна 55 долл. Инвестор может купить их по 55 долл. за штуку и по условиям опциона продавца, продать их по 70 долл, получив по 15 долл. прибыли на каждую акцию, т.е. 1 500 долл. Если принять во внимание первоначальную стоимость опциона, равную 700 долл, чистая прибыль инвестора составит 800 долл.

Если в момент истечения срока контракта цена акции превысит 70 долл, опцион продавца станет бессмысленным и инвестор потеряет 700 долл.

### **Вопросы для закрепления**

1. Что является важной зависимостью опционов ?
2. Сколько существует факторов, влияющих на цену фондового опциона?
3. Какие обозначение американских и европейских опционов приняты?
4. Как переменные влияют на цену опциона?

### **Домашняя работа. Решите задачи**

1) Цена спот акции 120 у.е, цена исполнения 100 у.е, ставка без риска для 30 дней 4% годовых. Определить нижнюю границу премии опциона «колл», который заключается на 30 дней. Финансовый год равен 365 дням.

2) Для условий задачи 1 определите величину арбитражной прибыли и перечислите действия арбитражера, если опцион колл стоит 20 у.е

3) Цена спот акции 83 у.е, ставка без риска 3% годовых. Европейский опцион «пут» на акцию с ценой исполнения 100 у.е истекает через 15 дней. Определить нижнюю границу премии опциона «пут». База 365 дней.

4) Для условий задачи 3 определите величину арбитражной прибыли и перечислите действия арбитражера, если опцион пут стоит 16 у.е

5) Цена спот акции 125 у.е, цена исполнения 120 у.е, ставка без риска для 65 дней 9% годовых. В последний день действия контракта на акцию выплачивается дивиденд в размере 5 у.е. Определить нижнюю границу премии европейского опциона колл, который заключается на 65 дней. Финансовый год равен 365 дням

6) Цена спот акции 100 у.е, ставка без риска 10% годовых. По акции через 2 месяца выплачивается дивиденд в размере 8 у.е. Определите верхнюю границу премии трехмесячного европейского опциона колл на ту акцию с

ценой исполнения 50 у.е., если дивиденд на одну акцию выплачивается перед моментом истечения опциона.

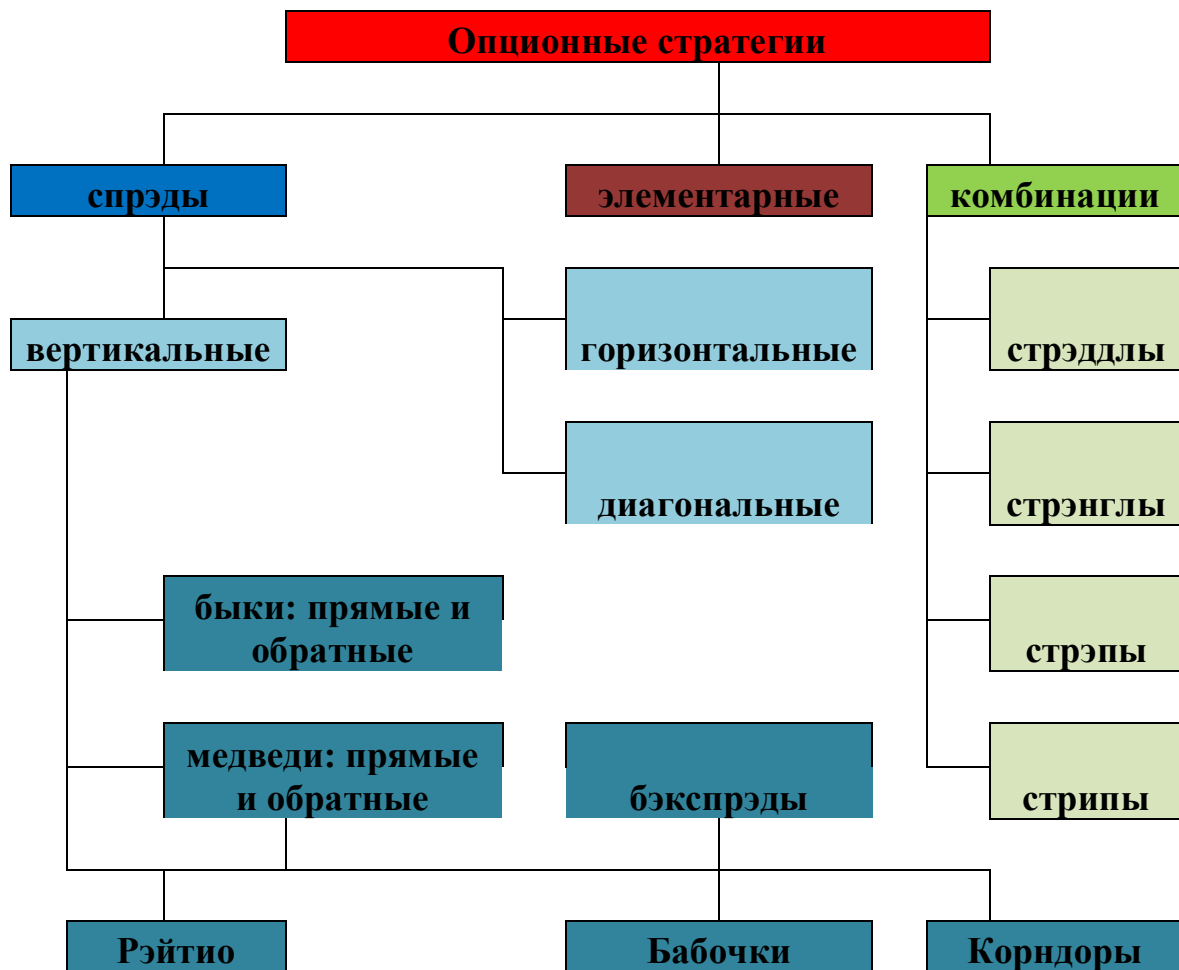
7) Цена спот акции 110 у.е. цена исполнения 100 у.е, ставка без риска равна 10% годовых . Через 30 дней на акцию выплачивается дивидендов размере 5 у.е. Определить нижнюю границу премии опциона колл, который заключается на 60 дней. Финансовый год равен 365 дням

8) Европейский опцион пут на акцию с ценой исполнения 120 у.е. истекает через 60 дней. Цена спот акции 115 у.е, на акцию в последний день действия контракта выплачивается дивиденд а размере 3 у.е., ставка без риска 10% годовых. Определить нижнюю границу премии опциона. Финансовый год равен 365 дням

9) Цена спот акции 85 у.е на акцию. По акции через 60 дней выплачивается дивиденд в размере 5 у.е., ставка без риска 10% годовых. Европейский опцион пут на акцию с ценой исполнения 90 у.е. истекает через 90 дней. Определить нижнюю границу премии опциона. База 365 дней

## ТЕМА 8 СТРАТЕГИИ ТОРГОВЛИ АКЦИЯМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОПЦИОНОВ

### Теоретический материал



Стратегия, основанная на спрэде, связана с позицией по нескольким опционам одного и того же типа (например, несколько опционов «колл» или несколько опционов «пут»)

*Бычий спред.* Одной из наиболее распространенных стратегий является бычий спред (bull spread). Он создается путем приобретения опциона на покупку акции с определенной ценой исполнения и продажи такого же опциона с более высокой ценой исполнения. Оба опциона должны иметь одинаковый срок действия.

Графики прибыли, полученной благодаря двум опционным позициям, взятым по отдельности, изображены пунктирной линией. Прибыль от всей стратегии представляет собой сумму отдельных прибылей, а ее график изображен красной сплошной линией.

Поскольку при увеличении цены исполнения опциона «колл» дешевеет, стоимость проданного опциона всегда меньше стоимости купленного. Следовательно, бычий спред, созданный с помощью опционов «колл», требует первоначальных затрат.

Пусть  $K_1$  – цена исполнения купленного опциона «колл», а  $K_2$  – цена исполнения проданного опциона «колл», а  $S_T$  – цена акции в момент истечения срока действия обоих опционов.

Прибыль, которую приносит бычий спрэд при разных условиях, приведена в таблице

Диапазон цен исполнения	Прибыль от длинной позиции по опциону "колл"	Прибыль от короткой позиции по опциону "колл"	Общая прибыль
$S_T \geq K_2$	$S_T - K_1$	$-(S_T - K_2)$	$K_2 - K_1$
$K_1 < S_T < K_2$	$S_T - K_1$	0	$S_T - K_1$
$S_T \leq K_1$	0	0	0

Если цена акции превышает большую из цен исполнения, прибыль равна разности между двумя ценами исполнения, т.е.  $K_2 - K_1$ .

Если цена акции на момент истечения срока действия опциона лежит между двумя ценами исполнения, выигрыш равен  $S_T - K_1$ .

Если на момент истечения срока действия опциона цена акции лежит ниже меньшей из цен исполнения, выигрыш равен нулю.

Стратегия бычьего спрэда ограничивает выигрыш, но снижает риск.

Некий инвестор, владеющий опционом «колл» с ценой исполнения  $K_1$ , решает повысить потенциальную прибыль, продав опцион «колл» с ценой исполнения  $K_2$ , где  $K_2 > K_1$ . При этом повышение потенциального выигрыша инвестор оплачивает проданным опционом с ценой исполнения  $K_2$ .

Бычьи спрэды можно также создавать с помощью покупки опциона «пут» с низкой ценой исполнения и продажи опциона «пут» с высокой ценой исполнения. Эта стратегия изображена на рис. В отличие от бычьего спрэда, созданного на основе опционов «колл», бычьи спрэды, основанные на основе опционах «пут», сопровождаются авансовыми платежами (без учета маржинальных требований), а результат может быть либо отрицательным, либо нулевым.

Инвестор, заключающий бычий спрэд, надеется, что цена акции в будущем вырастет. А инвестор, организовывающий медвежий спрэд (bear spread), рассчитывает, что цена акции снизится.

Как и бычий спрэд, *медвежий спрэд* можно создать, купив опцион «пут» по одной цене исполнения и продав такой же опцион по другой цене исполнения.

Цена исполнения приобретаемого опциона «пут» больше цены исполнения продаваемого опциона.

График прибыли, получаемой благодаря медвежьему спрэду, изображен сплошной линией на рис.

Медвежий спрэд, созданный с помощью опционов «пут», сопровождается получением первоначальной суммы, поскольку цена продаваемого опциона «пут» меньше цены приобретаемого опциона.

Выигрыши, получаемые благодаря медвежьему спреду при разных условиях, приведены в таблице

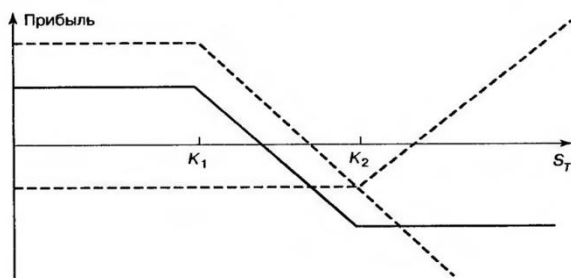
Диапазон цен исполнения	Прибыль от длинной позиции по опциону "пут"	Прибыль от короткой позиции по опциону "пут"	Общая прибыль
$ST \geq K_2$	0	0	0
$K_1 < ST < K_2$	$K_2 - ST$	0	$K_2 - ST$
$ST \leq K_1$	$K_2 - ST$	$-(K_1 - ST)$	$K_2 - K_1$

Если цена акции больше или равна величине  $K_2$ , то выигрыш равен нулю

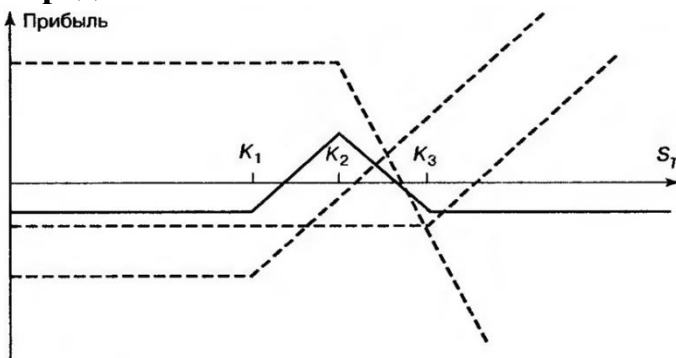
Если цена акции на момент истечения срока действия опциона лежит между двумя ценами исполнения, выигрыш равен  $K_2 - S_T$ .

Если на момент истечения срока действия опциона цена акции меньше или равна  $K_1$ , то выигрыш стратегии равен  $K_2 - K_1$ .

### Спрэды коробка



### Спрэды бабочка



### Комбинации

Стрэддл - стратегия, в рамках которой инвестор приобретает опционы колл и пут с одинаковыми ценами и сроками действия

Стрип - длинная позиция по одному опциону колл и двум опционам пут с одинаковыми ценами исполнения и сроками действия

Стрэнгл - нижняя вертикальная комбинация, стратегия, в рамках которой инвестор приобретает опционы пут и колл с одинаковыми сроками действия и разными ценами

Стрэп - линия позиция по двум опционам колл и одним опционом пут с одинаковыми ценами исполнения и сроками действия

### Практический материал

## Задачи

**Задача 1.** Инвестор покупает опциона «колл» за 3 долл. с ценой исполнения, равной 30 долл., и продает за 1 долл. опциона «колл» с ценой исполнения, равной 35 долл. Составьте таблицу выигрыша

### Решение

Если цена акции превышает 35 долл., то выигрыш за счет стратегии бычьего спреда равен 5 долл.

Если цена акции больше 30, но меньше 35 долл., то выигрыш равен величине, на которую превышает 30 долл. ( $S_T - 30$ )

Если же цена акции меньше 30 долл., то выигрыш равен нулю.

Стоимость стратегии равна  $3 - 1 = 2$  долл.

Следовательно выигрыш определяется по следующей таблице.

Цена акции	Диапазон цен исполнения	Процесс	Финансовый результат
$St \leq K1$	$St \leq 30$	-3+1 отказ результат выплаченная премия	-2
$K1 < St < K2$	$30 < St < 35$	$S_T - 30 - 2$	$S - 32$
$St \geq K2$	$St \geq 35$	$35 - 30 - 2$	3

**Задача 2.** Инвестор покупает опцион «пут» за 3 долл. с ценой исполнения 35 долл, и продает опцион за 1 долл. опциона «пут» с ценой исполнения, равной 30 долл. Составьте таблицу выигрыша

### Решение

Если цена акции больше или равна 35 долл., то выигрыш от медвежьего спреда равен нулю. Если цена акции меньше или равна 30 долл., то выигрыш равен 5 долл. Если цена акции больше 30, но меньше 35 долл., то выигрыш равен  $35 - S_T$ . Стоимость стратегии равна  $3 - 1 = 2$  долл. Следовательно, величина прибыли определяется по следующей таблице.

Цена акции	Диапазон цен исполнения	Процесс	Финансовый результат
$St \leq K1$	$St \leq 30$	$35 - 30 - 2$	3
$K1 < St < K2$	$30 < St < 35$	$35 - 2 - St$	$33 - St$
$St \geq K2$	$St \geq 35$	-3+1 отказ результат выплаченная премия	-2

**Задача 3.** Игрок продает одновременно на одни и те же акции колл опцион по цене 350 у.е за акцию с премией 5 у.е за акцию и пут опцион по цене 350 у.е. за акцию с премией 7 у.е. за акцию. Срок исполнения опционов через 60 дней. Определить финансовый результат, если через 60 дней курс акции составит а) 340 у.е. б) 380 у.е.

**Решение**

Колл	350	
Премия	5	
пут	350	
Премия	7	
T	60	
Совокупный доход	12	=5+7
Прибыль продавца при St=340	2	=12-350+340
Убыток продавца при St=380	-18	=12-380+350

**Задача 4.** Игрок приобретает одновременно на одни и те же акции колл опцион по цене 350 у.е за акцию с премией 5 у.е за акцию и пут опцион по цене 350 у.е. за акцию с премией 7 у.е. за акцию. Срок исполнения опционов через 90 дней. Определить финансовый результат, если через 90 дней курс акции составит а) 354 у.е. б) 326 у.е.

**Решение**

Колл	350	
Премия	5	
пут	350	
Премия	7	
T	90	
Покупатель уплатил	12	=5+7
убыток продавца при St=354	-8	=-12-350+354
Прибыль продавца при St=326	12	=-12-326+350

**Задача 5.** Цена исполнения колл опциона 350 у.е. за акцию премия 3 у.е. за акцию. Цена исполнения пут опциона на эти же акции 320 у.е. за акцию, премия 7 у.е. за акцию. Срок исполнения опционов 60 дней. Определить финансовый результат, если через 60 дней курс акции составит а) 340 у.е. б) 370 у.е.

**Решение**

Колл	350
Премия	3
пут	320
Премия	7

T	60	
Уплаченная премия	10	=3+7
Прибыль продавца при St=340	10	=3+7
Прибыль продавца при St=370	10	=-350+370-10

**Задача 6.** Игрок бык рассчитывает на повышение курса акций. Он приобретает колл опцион с ценой исполнения 500 у.е. за акцию и премией 5 у.е. за акцию. Одновременно игрок продает такой же колл опцион с ценой исполнения 550 у.е. за акцию и премией 7 у.е. за акцию. Срок исполнения опционов через 90 дней. Определить финансовый результат, если через 90 дней курс акции составит а) 560 у.е. б) 540 у.е. в) 490 у.е.

**Решение**

Колл	500	
Премия	5	
Колл	550	
Премия	7	
T	90	
Первоначальный вклад	2	=7-5
Прибыль игрока при St=560	52	=550-500+2
Прибыль игрока при St=540	42	=-500+540+2
Прибыль игрока при St=490	2	=7-5

**Вопросы для закрепления**

1. Назовите способы организации бычьего спреда?
2. Назовите два способа организации медвежьего спреда ?

**Домашняя работа. Решите задачи**

1. Инвестор покупает опциона «колл» за 5 долл. с ценой исполнения, равной 40 долл., и продает за 2 долл. опциона «колл» с ценой исполнения, равной 45 долл. Составьте таблицу выигрыша

2. Инвестор покупает опцион «пут» за 5 долл. с ценой исполнения 40 долл, и продает опцион за 2 долл. опциона «пут» с ценой исполнения, равной 45 долл. Составьте таблицу выигрыша

3. Игрок продает одновременно на одни и те же акции колл опцион по цене 460 у.е за акцию с премией 8 у.е за акцию и пут опцион по цене 460 у.е. за акцию с премией 6 у.е. за акцию. Срок исполнения опционов через 60 дней. Определить финансовый результат, если через 60 дней курс акции составит а) 470 у.е. б) 440 у.е.



4. Игрок приобретает одновременно на одни и те же акции колл опцион по цене 460 у.е за акцию с премией 8 у.е за акцию и пут опцион по цене 460 у.е. за акцию с премией 6 у.е. за акцию. Срок исполнения опционов через 90 дней. Определить финансовый результат, если через 90 дней курс акции составит а) 450 у.е. б) 480 у.е.

5. Цена исполнения колл опциона 460 у.е. за акцию премия 5 у.е. за акцию. Цена исполнения пут опциона на эти же акции 420 у.е. за акцию, премия 7 у.е. за акцию. Срок исполнения опционов 60 дней. Определить финансовый результат, если через 60 дней курс акции составит а) 470 у.е. б) 430 у.е.

6. Игрок бык рассчитывает на повышение курса акций. Он приобретает колл опцион с ценой исполнения 620 у.е. за акцию и премией 6 у.е. за акцию. Одновременно игрок продает такой же колл опцион с ценой исполнения 640 у.е. за акцию и премией 8 у.е. за акцию. Срок исполнения опционов через 90 дней. Определить финансовый результат, если через 90 дней курс акции составит а) 610 у.е. б) 625 у.е. в) 650 у.е.

## ТЕМА 9 СВОПЫ

### Теоретический материал

Свопом или своповым контрактом (swap), называется соглашение об обмене потока будущих платежей от одних активов на поток будущих платежей от других активов.

В процентном свопе (interest rate swap) производится обмен процентных платежей от условной основной суммы займа с фиксированной процентной ставкой на процентные платежи от той же условной основной суммы займа с плавающей процентной ставкой.

Цель использования компаниями сделок процентный своп :

- Компания имеет заем с плавающей процентной ставкой.
- Ожидая повышения процентных ставок, компания желает заменить его займом с фиксированной ставкой.
- Путем заключения сделки процентный СВОП компания получает возможность заменить заем или его часть на заем с фиксированными платежами.

Во многих процентных свопах плавающая процентная ставка привязана к ставке предложения на лондонском межбанковском рынке 6-месячных евродолларовых депозитов. Это процентную ставку будем называть ставкой LIBOR (London Interbank Offered Rate).

Рассмотрим некоторую купонную облигацию. Каждый отдельный купонный платеж и каждую выплату номинальной стоимости можно интерпретировать как облигацию с нулевым купоном при соответствующем сроке до погашения. В этом случае саму облигацию можно рассматривать как портфель облигаций с нулевыми купонами.

Примечание: Облигации с нулевым купоном (ZERO-COUPON BONDS), по которым не производится периодическая (2 раза в год) выплата процентов, как по обычным облигациям. Вместо этого такие облигации продаются со скидкой от номинальной стоимости, а при окончательном погашении одновременно выплачивается основная сумма по номиналу плюс весь накопленный (сложный) процент по ставке, указанной при первоначальной эмиссии облигаций.

Так как купонная облигация и портфель соответствующих облигаций с нулевыми купонами характеризуется одинаковыми потоками платежей, то должны совпадать и их цены. Следовательно, зная внутренние доходности облигаций с нулевыми купонами, можно найти цену купонной облигации.

Набор внутренних доходностей облигаций с нулевыми купонами, выпущенных эмитентами одного и того же кредитного рейтинга, называют временной структурой процентных ставок (term structure of interest rates).

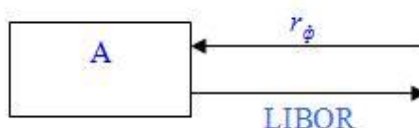
Графическое изображение временной структуры процентных ставок принято называть кривой (рыночных) доходностей (yield curve, zero coupon curve).

Кривая доходности - график изменения доходности облигации с одинаковыми качественными характеристиками в зависимости от сроков их погашения.

Кривая доходностей может изменяться с течением времени. Кривую рыночных доходностей для казначейских (государственных) облигаций называют кривой спот-ставок (spot curve).

Если известна кривая спот-ставок, то можно определить цену любой купонной казначейской облигации.

Предположим, что компания X согласилась в течении определенного периода времени каждые полгода платить проценты от условной суммы Q по плавающей ставке LIBOR и получать взамен проценты от той же суммы Q фиксированной ставке  $r_f$



Нетрудно заметить, что поток платежей при таком обмене совпадает с потоком платежей от портфеля, состоящего из длинной позиции по облигациям номиналом Q с полугодовыми купонами при ставке  $r_f$  и короткой позиции по облигации такого же номинала Q с плавающей купонной ставкой, совпадающие с 6-месячной ставкой LIBOR. Тогда имеет место равенство:

$$V(t) = B_1(t) - B_2(t), \quad (37)$$

где  $V(t)$  – стоимость процентного свопа для компании X в момент времени t;

$B_1(t)$  – стоимость облигации с фиксированной купонной ставкой  $r_f$  в момент времени t;

$B_2(t)$  – стоимость облигации с плавающей купонной ставкой LIBOR в момент времени t;

Чтобы определить стоимость облигации с фиксированной купонной ставкой, необходимо знать соответствующие ставки для дисконтирования платежей от этой облигации. Если ставки дисконтирования определены, стоимость облигации с фиксированной купонной ставкой может быть найдена следующим образом:

$$B_1(t) = \sum_{k=1}^n \frac{Q \frac{r_f}{2}}{\left(1 + \frac{r_k}{2}\right)^{2(t_k - t)}} + \frac{Q}{\left(1 + \frac{r_n}{2}\right)^{2(t_n - t)}} \quad (38)$$

где  $B_1(t)$  - стоимость в момент времени t облигации с фиксированной купонной ставкой  $r_f$  и номиналом Q;

$t_1, t_2, \dots, t_n$  - даты обмена платежами;  
 $r_1, r_2, \dots, r_n$  - ставки дисконтирования на периоды времени продолжительностью  $t_1 - t, t_2 - t, \dots, t_n - t$  лет соответственно.

При оценке облигации с плавающей купонной ставкой следует учитывать, что при отсутствии прибыльных арбитражных возможностей стоимость облигации должна совпадать с ее номиналом во все моменты времени, когда происходит оплата купонов.

$$B_2(t) = \left[ \frac{Q(\text{LIBOR})_0}{2} + Q \right] \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{r_1}{2}\right)^{2(t_1 - t)}}, \quad (39)$$

где  $B_2(t)$  - стоимость облигации номиналом  $Q$  с полугодовыми купонами при 6-месячной ставке LIBOR в момент времени  $t$ ;

$(\text{LIBOR})_0$  - 6-месячная ставка LIBOR, установленная в момент последнего обмена платежами;

$(Q(\text{LIBOR})_0/2) + Q$  - полный платеж по облигации в момент времени  $t_1$  (дата первого купонного платежа после текущего момента времени  $t$ );

$r_1$  - ставка дисконтирования на период продолжительностью  $t_1 - t$ .

Определив стоимости облигации по формулам, модной натий стоимость процентного свопа по формуле.

## Практический материал

### Задачи

**Задача 1.** У компании EFG оформлен кредит в размере 100,000 EUR с плавающей процентной ставкой 6-месячным EURIBOR + 1% на 5 лет. EFG считает, что ставка EURIBOR в будущем могла бы увеличиться, в результате чего возрос бы и ежемесячный кредитный платеж.

Ставка 6-месячного EURIBOR составляет 5,117%, а банк предлагает заключить Процентный Своп на 5 лет с фиксированной процентной ставкой 4,579% годовых и периодичностью платежей – 2 раза в год.

Что сделать компании?

### Решение

Заклучив сделку, независимо от того, как изменится ставка EURIBOR:

- EFG за кредит будет платить 6-месячный EURIBOR + 1%
- EFG по Процентному Свопу получит 6-месячный EURIBOR и заплатит 4,579% в год с расчетами за разницу процентных ставок – раз в полгода

Общие процентные выплаты будут составлять:

$$-(\text{EURIBOR} + 1\%) + \text{EURIBOR} - 4.579\% = 5.579\%$$

**Задача 2.** Компания ABC с высоким рейтингом может заимствовать на денежном рынке под плавающую ставку LIBOR + 0.25%, а компания DEF с

более низким рейтингом – под ставку LIBOR +0.50%. Понятно, что разница между ставками кредитования у них составляет 0.25%.

На рынке капиталов компания ABC может разместить среднесрочную облигацию с купоном 4%, а компания DEF – с купоном 5.5%. Разница между ставками по облигациям уже составляет 1.5%, что заметно отличается от аналогичной разницы на денежном рынке. Этим фактом компании ABC и DEF могут воспользоваться для сокращения расходов по обслуживанию кредитов. Действительно, ABC платит по плавающей ставке меньше, чем DEF, на 0.25%, а по фиксированной – на 1.5%. Это связано, как уже говорилось, с их разными кредитными рейтингами. Компания ABC имеет преимущество в заимствовании на обоих рынках, причем на рынке капиталов ее преимущество больше ( $1.5\% > 0.25\%$ ).

В то же время компания DEF имеет преимущество на денежном рынке. Это не значит, что она тратит меньше на обслуживание долга, чем компания ABC. Это означает, что относительные суммы затрат компании DEF на денежном рынке ниже, чем на рынке капиталов. Предположим, что компания ABC эмитирует облигации с купоном 4%, а компания DEF – обязательства с плавающим купоном LIBOR +0.50%. В то же время ABC заинтересована в выпуске краткосрочных обязательств с плавающей ставкой, а DEF – облигаций с фиксированной ставкой. Поэтому они находят посредника (обычно банк), который помогает им осуществить своповые транзакции.

В итоге ABC имеет такие платежи и поступления:

- выплачивает по облигации купон 4%;
- выплачивает компании DEF ставку LIBOR;
- получает от компании DEF ставку 4.125%.

Таким образом, компания ABC платит LIBOR – 0.125%.

Компания DEF имеет следующие расходы и поступления:

- выплачивает LIBOR +0.50%;
- выплачивает компании ABC ставку 4.125%;
- получает от компании ABC ставку LIBOR.

В итоге компания DEF платит 4.625%.

Таблица расчетов

	EURIBOR	5,117%	6%
		-5,579%	
	г	1%	
	Процентный Своп	4,579%	
	Кредит	IRS	
Основная сумма	100 000	100 000	
продолжение таблицы			
Кредитная % ставка		5,117%	Плавающая % ставка
EURIBOR+1%	6,117%	4,579%	Фиксированная % ставка

Периодичность платежей	2	2	
	Кредит	IRS	
Основная сумма	100 000	100 000	
Кредитная % ставка		5,117%	Плавающая % ставка
EURIBOR+1%	6,117%	4,579%	Фиксированная % ставка
Периодичность платежей	2	2	
Выплата по кредитам	3058,5	2558,5	Плавающая % ставка
		2289,5	Фиксированная % ставка
<b>Итого</b>	<b>-2789,5</b>		
	Кредит	IRS	
Основная сумма	100 000	100 000	
Кредитная % ставка		5,117%	Плавающая % ставка
EURIBOR+1%	7,000%	4,579%	Фиксированная % ставка
Периодичность платежей	2	2	
Выплата по кредитам	3500	3000	Плавающая % ставка
		2289,5	Фиксированная % ставка
<b>Итого</b>	<b>-2789,5</b>		

**Задача 3.** Финансовый институт согласился получать 8% от условной суммы 100 млн.долл в обмен на 6-месячные ставку LIBOR при обмене платежей каждый полгода. До окончания действия этого соглашения остается 15 месяца. Ставка LIBOR, установленная 3 месяцами раньше, равна 10,1%.

Определить стоимость процентного свопа для финансового института, если ставки дисконтирования на 3,9 и 15 месяцев равны соответственно 9,8%, 10,2% и 10,8%

Определите стоимость процентного свопа, используя форвардные ставки LIBOR на 9 и 15 месяцев.

### Решение

Используя формулы для расчета 37,38,39

Q	100 000 000
rf	0,08
r1	0,098
r2	0,102
r3	0,108
(LIBOR) <sub>0</sub>	0,101
t1-t 3 мес	0,25
t2-t 9 мес	0,75
t3-t 15 мес	1,25
B1(t)	98 804 636,06
B2(t)	102 567 155,80
Vt	- 3 762 519,74

**Задача 4.** Компания А может получить финансирование по фиксированной ставке в 6% или по плавающей ставке (при этом заинтересована именно в плавающей ставке – ЛИБОР). Компания В из-за более низкого рейтинга должна заплатить за ссуду 9% годовых или ЛИБОР + 1% (на самом деле заинтересована в фиксированной ставке). Воспользовавшись сравнительными преимуществами, компании вышли на рынок заимствований, при этом заключив между собой соглашение своп, по которому компания А обязалась заплатить компании В ставку ЛИБОР, а компания В обязалась заплатить компании А 7%. Определить стоимость финансирования

### Решение

	А	В
Получено от банка	-6%	9%
Получено от банка	Libor	Libor+1
Получено от компании В	7%	-7%
	7%-6%=1%	
Результат	LIBOR-1	LIBOR+1+7- LIBOR=8%

**Задача 5.** Компания А заключила с компанией В процентный своп. По его условиям компания А выплачивает компании В каждые полгода 5% годовых, а компания В уплачивает компании А каждые полгода % ставку LIBOR, которая в момент выплат составила : 4.2%, 4.5%, 4.8%, 5%, 5.3%, 5.5%. Сумма СВОП - 3 000 000 \$. Кто получит прибыль ?

**Решение**

А		В		Результат разницы	
Фикс. ставка	полугодовые проценты	FIR	полугодовые проценты	А	В
5	2,5	4,2	2,1	-0,4	0,4
5	2,5	4,5	2,25	-0,25	0,25
5	2,5	4,8	2,4	-0,1	0,1
5	2,5	5	2,5	0	0
5	2,5	5,3	2,65	0,15	-0,15
5	2,5	5,5	2,75	0,25	-0,25
				- 0,35	0,35
Q	3 000 000			- 1 050 000 (3 000 000*-0,35)	1 050 000 (3 000 000*0,35)
				<b>Убыток</b>	<b>Прибыль</b>

**Ситуация**

В своповом контракте плавающая процентная ставка может быть установлена в размере LIBOR+0.5%.

Тогда если на начало 6-месячного периода ставка LIBOR равна 8%, то при условной основной сумме в 1000 долл. плательщик плавающей ставки в конце рассматриваемого периода должен уплатить:  $(1000 * 8,5/2) = 42,5$  долл.

**Вопросы для закрепления**

1. Дайте определение своповому контакту?
2. Как можно использовать процентный своп?
3. Может ли меняться кривая доходностей с течением времени?

**Домашняя работа. Решить задачи**

1. В своповом контракте плавающая процентная ставка установлена в размере LIBOR+0.5%. На начало 6-месячного периода ставка LIBOR равна 7%, при основной сумме в 2000 долл. Сколько плательщик плавающей ставки в конце рассматриваемого периода должен уплатить?

2. У компании EFG оформлен кредит в размере 120,000 EUR с плавающей процентной ставкой 6-месячным EURIBOR + 0,6% на 5 лет. EFG считает, что ставка EURIBOR в будущем могла бы увеличиться, в результате чего возрос бы и ежемесячный кредитный платеж. Ставка 6-месячного EURIBOR



составляет 6,117%, а банк предлагает заключить Процентный Своп на 5 лет с фиксированной процентной ставкой 5,579% годовых и периодичностью платежей – 2 раза в год. Что сделать компании?

3. Финансовый институт согласился получать 9% от условной суммы 135 млн.долл в обмен на 6-месячные ставку LIBOR при обмене платежей каждый полгода. До окончания действия этого соглашения остается 15 месяца. Ставка LIBOR, установленная 3 месяцами раньше, равна 9,1%.

Определить стоимость процентного свопа для финансового института, если ставки дисконтирования на 3,9 и 15 месяцев равны соответственно 8,8%, 9,2% и 10,4%

Определите стоимость процентного свопа, используя форвардные ставки LIBOR на 9 и 15 месяцев.

4. Компания А может получить финансирование по фиксированной ставке в 8% или по плавающей ставке (при этом заинтересована именно в плавающей ставке – ЛИБОР). Компания В из-за более низкого рейтинга должна заплатить за ссуду 9% годовых или ЛИБОР + 0.6% (на самом деле заинтересована в фиксированной ставке). Воспользовавшись сравнительными преимуществами, компании вышли на рынок заимствований, при этом заключив между собой соглашение своп, по которому компания А обязалась заплатить компании В ставку ЛИБОР, а компания В обязалась заплатить компании А 7%.

5. Компания А заключила с компанией В процентный своп. По его условиям компания А выплачивает компании В каждые полгода 5% годовых, а компания В уплачивает компании А каждые полгода % ставку LIBOR, которая в момент выплат составила : 5.8%, 5.5%, 5.2%, 5%, 4.5%, 4%. Сумма СВОП - 3 000 000 \$. Кто получит прибыль ?

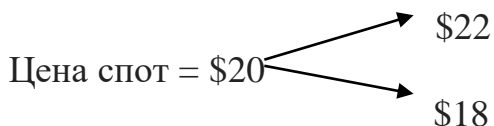
## ТЕМА 10 БИНОМИАЛЬНЫЕ ДЕРЕВЬЯ

### Теоретический материал

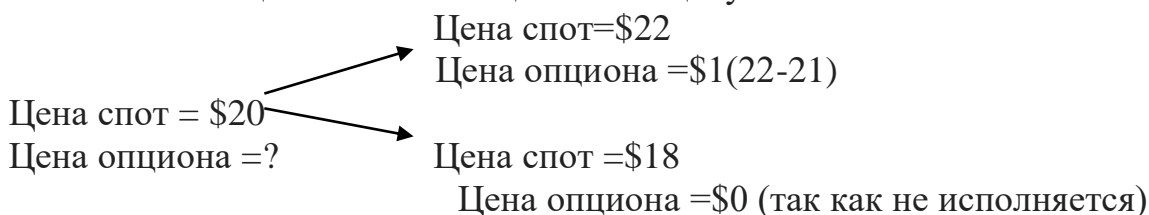
Биномиальные деревья (также называемые биномиальными решетками) обеспечивают естественный способ моделирования динамики случайного процесса во времени. Модель, которая показывает стоимость опциона в разные периоды времени и в разных ценовых точках для базового актива. Основным ограничением этой модели является использование только двух возможных ценовых точек для базового актива в течение определенного периода. На самом деле цена актива не ограничена двумя пунктами.

Цена акции в настоящее время составляет \$ 20

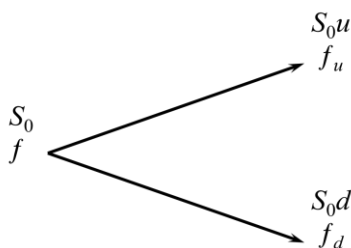
Через три месяца это будет или 22 или 18 долларов



3-месячный опцион колл на акции имеет цену исполнения 21.



Производная дельта в течение времени  $T$  и зависит от рынка.



Портфель будет без риска, при условии:

$$S_0u\Delta - f_u = S_0d\Delta - f_d \quad \text{или} \quad \Delta = \frac{f_u - f_d}{S_0u - S_0d} \quad (40)$$

Стоимость портфеля в момент времени  $T$   $S_0u\Delta - f_u$

Стоимость портфеля сегодня составляет  $(S_0u\Delta - f_u) e^{-rT}$

Другое выражение для стоимости портфеля сегодня  $S_0D - f$

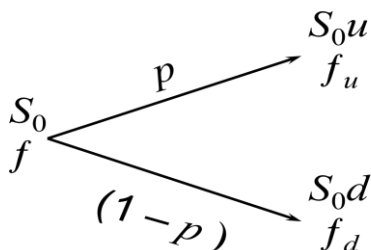
Следовательно,  $f = S_0D - (S_0u D - f_u)e^{-rT}$

Подставляя для D получим  $f = [pf_u + (1-p)f_d]e^{-rT}$  (41)

где  $p = \frac{e^{rT} - d}{u - d}$  (42)

$p$  и  $1 - p$  это вероятности движений вверх и вниз.

Тогда стоимость производного инструмента представляет собой его ожидаемую выплату со скидкой по безрисковой ставке.



Когда вероятность восходящих и нисходящих движений равна  $p$  и  $1-p$ , ожидаемая цена акций в момент времени  $T$  равна  $S_0e^{rT}$ . Это показывает, что владелец акции зарабатывает безрисковую ставку в среднем. Вероятности  $p$  и  $1-p$  согласуются с нейтральным к риску миром, где инвесторы не требуют компенсации за риски, которые они принимают.

Одношаговое биномиальное дерево иллюстрирует общий результат, который можно предположить, что мир не подвержен риску при оценке производных.

В частности, мы можем предположить, что ожидаемая доходность базового актива является безрисковой ставкой, и дисконтировать ожидаемый доход производного инструмента по безрисковой ставке. Когда мы оцениваем опцион с точки зрения базовой акции, ожидаемая доходность акции (которая определяется фактической вероятностью движения вверх и вниз) не имеет значения.

Дельта ( $D$ ) - это отношение изменения цены опциона на акции к изменению цены базовой акции. Значение  $D$  варьируется от узла к узлу

Одним из способов соответствия волатильности является установка

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (43)$$

$$d = 1/u = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (44)$$

где  $s$  - волатильность, а  $Dt$  - длина временного шага. Именно такой подход использовали Кокс, Росс и Рубинштейн (1979).

Для опционов на фондовые индексы, валюты и фьючерсы основная процедура построения дерева одинакова, за исключением расчета  $p$ .

На практике необходимо как минимум 30 временных шагов, чтобы получить хорошие значения опций. DerivaGem позволяет использовать до 500 временных шагов.

Таким образом этот метод основан на предположении, что цена акции подчиняется законам случайного блуждания (random walk). На каждом шаге по времени существует определенная вероятность того, что цена акции увеличится или уменьшится на некую относительную величину. Если величина временного шага стремится к нулю, это приводит к предположению, что цены акций имеют логнормальное распределение, лежащее в основе модели Блэка-Шоулза.

## Практический материал

### Задачи

**Задача 1.**  $u=1.1$ ,  $d=0.9$ ,  $r=0.12$ ,  $T=0.25$ ,  $f_u=1$ ,  $f_d=0$

Оценить опцион, используя одноступенчатую биномиальную модель

### Решение

Используем формулу 41,42 для вычисления  $p$  и  $f$

$u$	1,1	
$d$	0,9	
$r$	0,12	
$T$	0,25	
$f_u$	1	
$f_d$	0	
$p$	0,65	$= (e^{0.12 \cdot 0.25} - 0.9) / (1.1 - 0.9)$
$1 - p$	0,35	$= 1 - 0,65$
$f$	0,63	$= (e^{0.12 \cdot 0.25}) \cdot (0.65 \cdot 1 + 0.35 \cdot 0)$

**Задача 2.** Текущая цена акции равна 20 долл, через три месяца может стать равной либо 22 долл, либо 18 долл, Цена исполнения европейского опциона «колл» равна 21 долл. срок действия три месяца. Безрисковая ставка процента 12%.

Оценить опцион, используя одноступенчатую биномиальную модель (риск нейтральная оценка)

### Решение

Используем формулу 41,42 для вычисления  $p$  и  $f$

St	20	
St1	22	
St2	18	
K(X)	21	
T	0,25	=3/12
r	0,12	
	20,61	=20*e^(0.12*0.25)
	2,61	=20.61-18
p	0,65	=2.61/4
0,63	f	=0.65*e^(-0.12*0.25)

**Задача 3.** Первоначальная цена акции равна 20 долл, которая может увеличиваться или уменьшаться на 10% , срок три месяца (шаг), Безрисковая ставка процента 12%.цена исполнения 21 долл. Вычислить цену опциона в корне дерева

St	20	
K(X)	21	
T	0,25	=3/12
r	0,12	
увеличение или уменьшение на 10%=0.1		
u	1,1	=1+0.1
d	0,9	=1-0.1
fu	1	
fd	0	
p	0,6523	=e^(0.12*0.25)-0.9/(1.1-0.9)

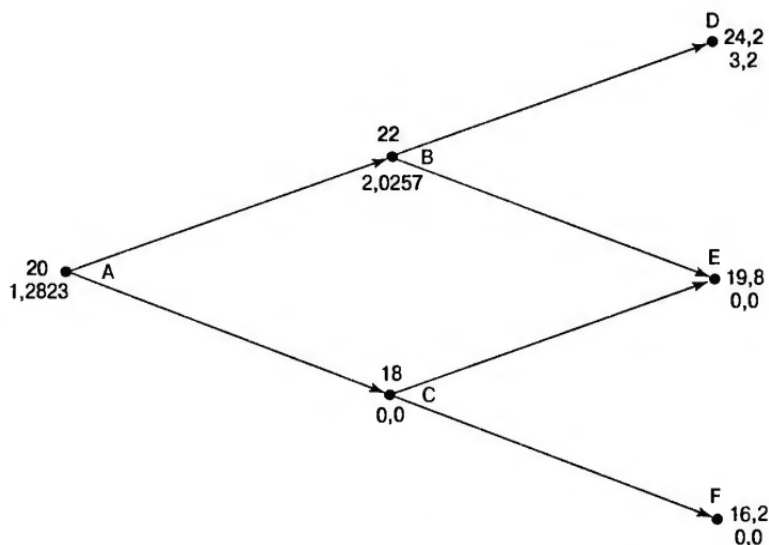
		Расчет цены опцион а	
	24,222 (22+(22*0.1))		3,2 =24,2-21
	22(20+(20*0.1))		2,02558 = e^(-0.12*0.25) * (0.65*3.2+0.35*0)
20			1,2822 = e^(-0.12*0.25) * (0.65*2.25+0.35*0)
	18(20-(20*0.1))		0 отказ от опциона
	16,2 (18+(18*0.1))		0 отказ от опциона
		-3 (18-21)	
		-4,8(16.2-21)	

**Задача 4.** Дан двухлетний европейский опцион с ценой исполнения 52 долл, текущая цена акции равна 50 долл, которая может увеличиваться или уменьшаться на 20% , срок три месяца (шаг), Безрисковая ставка процента 5%. оценить стоимость опциона.

$$f = e^{-2r\Delta t}[p^2 f_{uu} + 2p(1 - p)f_{ud} + (1 - p)^2 f_{dd}]. \quad (45)$$

St	50			
K(X)	52			
T	0,25	=3/12		
увеличение или уменьшение на 20% =0,2				
u	1,2	=1+0,2		
d	0,8	=1-0,2		
r	0,05			
T	1			
f <sub>uu</sub>	0			
f <sub>ud</sub>	4	f <sub>dd</sub>	20	
p	0,6282	$= e^{(0.05*1-0.8)} / (1.2-0.8)$	p-1 = 0,3718	(1-0.6282)
f	3,351930919	Используем формулу 45 для расчета f $= e^{(-2*0.05*1)*((0.6282^2*0)+(0.6282^2)*(0.3718^2)*20)}$		

**Задача 5.** Текущая цена акции равна 20 долл, через три месяца может стать равной либо 22 долл, либо 18 долл, Цена исполнения европейского опциона «колл» равна 21 долл. Рассчитайте дельта



St1	22		
St2	18		
стоимость опциона	1	$0,25=(1-0)/(22-18)$	Дельта
стоимость опциона	0		

St1	22		
St2	18		
стоимость опциона	2,0257	$0,506425=(2,0257-0)/(22-18)$	Дельта
стоимость опциона	0		

St1	24,2		
St2	19,8		
стоимость опциона	3,2	$0,727273=(3,2-0)/(24,2-19,8)$	Дельта
стоимость опциона	0		

St1	19,8		
St2	16,2		
стоимость опциона	0	$0=(0-0)/(19,8-16,2)$	Дельта
стоимость опциона	0		

St1	19,8		
St2	16,2		
стоимость опциона	0	$0=(0-0)/(19,8-16,2)$	Дельта
стоимость опциона	0		

## Ситуации

### *Ситуация 1.*

Пусть текущая цена акции равна  $S_0 = \$20$ , а через три месяца она будет равна (одно из двух) либо  $S_u = \$22$ , либо  $S_d = \$18$ [161]. Других исходов быть не может.

Второе. Имеется опцион на покупку акции по цене  $\$21$  через три месяца. Это значит, что через три месяца цена опциона ( $f$ ) примет одно из двух значений.

Если цена акции будет равна  $S_u = \$22$ , то стоимость опциона будет равна одному доллару ( $f = 1$ ). Если же цена акции будет равна  $S_d = \$18$ , стоимость опциона будет равна нулю ( $f = 0$ ).

### **Ситуация 2.**

Рассмотрим портфель, состоящий из длинной позиции по пакету из  $\Delta$  акций, и короткой позиции по одному опциону «колл». Вычислим величину  $\Delta$ , гарантирующую безрисковость портфеля.

Если цена акции поднимется с 20 до 22 долларов, стоимость пакета акций будет равна  $22\Delta$ , а опцион будет стоить один доллар. Таким образом, общая стоимость портфеля равна  $22\Delta - 1$  долл.

Если цена акции упадет с 20 до 18 долларов, стоимость пакета акций будет равна  $18\Delta$ , а опцион не будет ничего стоить. Таким образом, общая стоимость портфеля будет равна  $18\Delta$  долларов.

Портфель является свободным от рисков, если величина  $\Delta$  выбрана так, что стоимость портфеля в обоих вариантах является одинаковой. Отсюда следует, что

$$22\Delta - 1 = 18\Delta, \text{ то есть } \Delta = 0,25.$$

Таким образом, безрисковый портфель состоит из следующих активов:

Длинная позиция: 0,25 акции.

Короткая позиция: один опцион.

Если цена акции поднимется до 22 долларов, стоимость портфеля станет равной:

$$\$22 * 0,25 - 1 = \$4,5.$$

Если цена акции упадет до \$18, стоимость портфеля станет равной

$$\$18 * 0,25 = \$4,5.$$

Вывод: независимо от изменений цены акции, стоимость портфеля в момент исполнения опциона является постоянной.

### **Ситуация 3.**

При отсутствии арбитражных возможностей безрисковый портфель должен приносить доходность, равную безрисковой процентной ставке. Допустим, что в нашем примере безрисковая процентная ставка установлена на уровне 12% годовых. Следовательно, текущая стоимость портфеля должна быть равной текущей стоимости 4,5 долл.

Текущая стоимость цены акции равна \$20. Обозначим цену опциона буквой  $f$ . Тогда текущую стоимость инвестиционного портфеля можно вычислить так:

$$20 * 0,25 - f = 5 - f.$$

Следовательно, при отсутствии арбитражных возможностей текущая стоимость опциона должна быть равной \$0,633. Если бы стоимость опциона была больше \$0,633, то стоимость портфеля стала бы ниже 4,367, а его доходность – выше безрисковой ставки. Если бы стоимость опциона была меньше \$0,633, то, продав портфель без покрытия, инвестор сделал бы заем по ставке, ниже безрисковой.



### Вопросы для закрепления

1. Что представляет собой простая биномиальная модель?
2. Представьте графические модели?
3. Что такое  $p$  и  $1 - p$ ?
4. Для чего используются биномиальные деревья?

### Домашняя работа. Решите задачи

1.  $u=1.2$ ,  $d=0.8$ ,  $r=0.10$ ,  $T=0.25$ ,  $f_u=1$ ,  $f_d=0$

Оценить опцион, используя одноступенчатую биномиальную модель

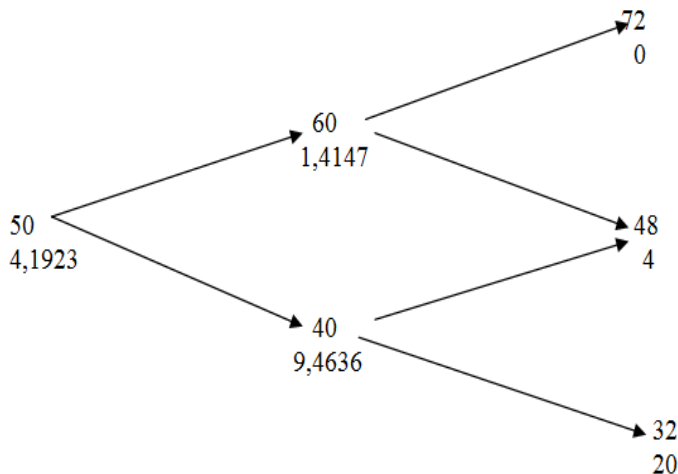
2. Текущая цена акции равна 40 долл, через три месяца может стать равной либо 42 долл, либо 38 долл, Цена исполнения европейского опциона «колл» равна 41 долл. срок действия три месяца. Безрисковая ставка процента 8%.

Оценить опцион, используя одноступенчатую биномиальную модель (риск нейтральная оценка)

3. Первоначальная цена акции равна 30 долл, которая может увеличиваться или уменьшаться на 15% , срок три месяца (шаг), Безрисковая ставка процента 8%.цена исполнения 31 долл. Вычислить цену опциона в корне дерева

4. Дан двухлетний европейский опцион с ценой исполнения 32 долл, текущая цена акции равна 30 долл, которая может увеличиваться или уменьшаться на 15% , срок три месяца (шаг), Безрисковая ставка процента 7%. оценить стоимость опциона.

5. Рассчитайте дельта



## ТЕМА 11 МОДЕЛЬ БЛЭКА-ШОУЛЗА-МЕРТОНА

### Теоретический материал

В условиях отсутствия налогов и транзакционных издержек стоимость опциона «колл» можно оценить, воспользовавшись моделью Блэка-Шоулза. Она используется в ситуации, когда рыночная цена опциона серьезно отличается от его действительной цены. Опцион, который продается по существенно более низкой цене, является кандидатом на покупку, и наоборот, - тот, который продается по значительно более высокой цене, - кандидат на продажу.

Модель Блэка-Шоулза, также известная как модель Блэка-Шоулза-Мертон (BSM), представляет собой модель изменения цен во времени финансовых инструментов, таких как акции, которые, помимо прочего, могут использоваться для определения цены европейского колла.

Модель предполагает, что цена активно торгуемых активов следует геометрическому броуновскому движению с постоянным дрейфом и волатильностью. Применительно к опциону на акции модель учитывает изменение цены акции в постоянных ценах, временную стоимость денег, цену исполнения опциона и время до истечения срока действия опциона.

Также называемый Black-Scholes-Merton, это была первая широко используемая модель для оценки опционов. Он используется для расчета теоретической стоимости опционов в европейском стиле с использованием текущих цен акций, ожидаемых дивидендов, цены исполнения опциона, ожидаемых процентных ставок, времени до истечения срока действия и ожидаемой волатильности.

Формула, разработанная тремя экономистами - Фишером Блэком, Мироном Шоулзом и Робертом Мертоном - является, пожалуй, самой известной в мире моделью оценки опционов. Он был представлен в их статье 1973 года «Ценообразование опционов и корпоративных обязательств», опубликованной в журнале политической экономии. Блэк скончался за два года до того, как Скоулз и Мертон были удостоены Нобелевской премии по экономике за 1997 год за их работу по поиску нового метода определения стоимости дериватов (Нобелевская премия не присуждается посмертно; однако Нобелевский комитет признал роль черных в Модели Блэка-Шоулза).

Модель Блэка-Шоулза делает определенные предположения:

- Опцион европейский и может быть исполнен только по истечении срока действия.
- Дивиденды не выплачиваются в течение срока действия опциона.
- Рынки эффективны (то есть, движения рынка не могут быть предсказаны).
- При покупке опциона операционные издержки отсутствуют.
- Безрисковая ставка и волатильность базового актива известны и постоянны.
- Доходность на основе нормального распределения.

Хотя первоначальная модель Блэка-Шоулза не учитывала влияние дивидендов, выплачиваемых в течение срока действия опциона, модель часто адаптируется для учета дивидендов путем определения значения даты экс-дивидендов для базовой акции.

Математика, включенная в формулу, сложна и может быть пугающей. К счастью, вам не нужно знать или даже понимать математику, чтобы использовать моделирование Блэка-Шоулза в своих собственных стратегиях. Трейдеры опционов имеют доступ к различным онлайн-калькуляторам опционов, и многие современные торговые платформы могут похвастаться надежными инструментами анализа опционов, включая индикаторы и электронные таблицы, которые выполняют вычисления и выводят значения цены опционов.

Формула опциона колл Блэка Шоулза рассчитывается путем умножения цены акций на кумулятивную стандартную функцию нормального распределения вероятностей. После этого чистая приведенная стоимость (NPV) цены исполнения, умноженная на совокупное стандартное нормальное распределение, вычитается из результирующего значения предыдущего расчета.

$$C = S_t N(d_1) - Ke^{-rt} N(d_2) \quad (46)$$

$$\text{где, } d_1 = \frac{\ln \frac{S_t}{K} + \left(r + \frac{\sigma_s^2}{2}\right) * t}{\sigma_s \sqrt{t}} \quad (47)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_s \sqrt{t} \quad (48)$$

где: С - цена опциона

S - текущая цена акции (или другая базовая цена)

K - цена исполнения

r = безрисковая процентная ставка

t - время до погашения

N - нормальное распределение

Тщательный анализ формулы Блэка-Шоулза позволяет обнаружить некоторые интересные особенности ценообразования для европейского опциона «колл». Можно показать, что произойдет с действительной ценой опциона «колл» при изменении одной из переменных, когда остальные четыре сохраняют свои значения.

1. Чем выше цена базисной акции S, тем больше стоимость опциона «колл».

2. Чем выше цена исполнения K, тем меньше стоимость опциона «колл».

3. Чем больше времени до даты истечения T, тем больше стоимость опциона «колл».

4. Чем выше ставка без риска r, тем больше стоимость опциона «колл».

5. Чем больше риск обыкновенной акции, тем больше стоимость опциона «колл».

Вывод модели основывается на концепции безрискового хеджирования. Покупая акции и одновременно продавая опционы call на эти акции, инвестор может конструировать безрисковую позицию, где прибыли по акциям будут точно компенсировать убытки по опционам, и наоборот.

Безрисковая хеджированная позиция должна приносить доход по ставке, равной безрисковой процентной ставке, в противном случае существовала бы возможность извлечения арбитражной прибыли и инвесторы, пытаясь получить преимущества от этой возможности, приводили бы цену опциона к равновесному уровню, который определяется моделью.

Ограничения модели Блэка Шоулза.

Как указывалось ранее, модель Блэка Шоулза используется только для оценки европейских опционов и не учитывает, что опционы США могут быть исполнены до истечения срока действия. Более того, модель предполагает, что дивиденды и безрисковые ставки постоянны, но в действительности это может быть не так. Модель также предполагает, что волатильность остается постоянной в течение всего срока действия опциона, а это не так, поскольку волатильность колеблется в зависимости от уровня спроса и предложения.

Более того, модель предполагает отсутствие операционных издержек или налогов; что безрисковая процентная ставка является постоянной для всех сроков погашения; разрешена короткая продажа ценных бумаг с использованием выручки; и что нет никаких безрисковых арбитражных возможностей. Эти предположения могут привести к ценам, которые отличаются от реального мира, где эти факторы присутствуют.

## Практический материал

### Задачи

**Задача 1.** Рассмотрим опцион «колл», который истекает через три месяца и имеет цену исполнения 40 у.е. (таким образом,  $T = 0,25$  и  $K = 40$ ). Кроме того, текущий курс и риск базисной обыкновенной акции составляют соответственно 36 у.е. и 50%, а ставка без риска равна 5% (таким образом,  $S = 36$ ,  $r = 0,05$  и  $\sigma = 0,50$ ).

### Решение

Используем формулы 46,47,48

Решение уравнений дает следующие значения  $d_1$  и  $d_2$ :

$$d_1 = \frac{\ln(36/40) + [0,05 + 0,5(0,50)^2] 0,25}{0,5\sqrt{0,25}} = -0,25$$

$$d_2 = -0,25 - 0,5\sqrt{0,25} = -0,5$$

Вспользуемся табличными значениями  $N(d1) = 0,4013$  и  $N(d2) = 0,3085$ . Определим действительную стоимость опциона «колл»:

$$C = (0,4013 \cdot 36) - \left( \frac{40}{e^{0,05 \times 0,25} \times 0,3085} \right) = 14,45 - 12,19 = 2,26$$

Если в настоящий момент этот опцион продается за 5 у.е., то инвестору следует подумать, не выписать ли несколько опционов, так как они переоценены (согласно модели Блэка-Шоулза).

**Задача 2.** Найдем стоимости 6-месячных европейских опционов «call» и «put» на бездивидендную акцию с ценой исполнения 40 долл., когда текущая цена акции 42 долл., волатильность цены акции составляет 20%, а безрисковая процентная ставка при непрерывном начислении равна 10%.

**Решение**

$$S = 42 \text{ долл}; X = 40 \text{ долл}; \tilde{r} = 0.1; \sigma = 0.2; T - t = 0.5.$$

$$d_1 = \frac{\ln \frac{42}{40} + 0.5(0.1 + \frac{(0.2)^2}{2})}{0.2\sqrt{0.5}} = 0.7693;$$

$$d_2 = 0.7693 - 0.2\sqrt{0.5} = 0.6279.$$

С помощью таблицы для нормального распределения найдем, что

$$N(d_1) = 1 - \Phi(0.7693) = 1 - 0.2206 = 0.7794;$$

$$N(d_2) = 1 - \Phi(0.6279) = 1 - 0.2643 = 0.7357;$$

$$N(-d_1) = \Phi(0.7693) = 0.2206;$$

$$N(-d_2) = \Phi(0.6279) = 0.2643.$$

Следовательно,

$$c = 42 \cdot 0.7794 - 40 \cdot e^{-0.1 \cdot 0.5} \cdot 0.7357 = 4.74 \text{ долл};$$

$$p = 40 \cdot e^{-0.1 \cdot 0.5} \cdot 0.2643 - 42 \cdot 0.2206 = 0.79 \text{ долл}.$$

### Вопросы для закрепления

1. Дайте описание Модели Блэка–Скоулза?
2. Какие предположения используются в модели?
3. Каковы основные выводы модели?
4. Можно ли и как использовать функции Excel для оценки опционов

**Домашняя работа.**

1. Рассмотрим акции компании «Счастливая панда», которая сейчас продается по цене 100 долларов за штуку. Его стандартное отклонение составляет 98%. Есть опцион колл со страйком в 125 долларов и сроком исполнения в год. Безрисковая ставка в год составляет 8%. Оцените опцион. Решите эту задачу используя модель BSM и функции Excel

2. Рассмотрим акции компании «Счастливая панда», которая сейчас продается по цене 120 долларов за штуку. Его стандартное отклонение составляет 96%. Есть опцион колл со страйком в 150 долларов и сроком исполнения в год. Безрисковая ставка в год составляет 9%. Оцените опцион. Решите эту задачу используя модель BSM и функции Excel

## ТЕМА 12 УПРАВЛЕНИЕ РИСКОМ: ИСПОЛЬЗОВАНИЕ «ГРЕЧЕСКИХ» КОЭФФИЦИЕНТОВ

### Теоретический материал

Рыночный риск (market risk) представляет собой возможность потерь, связанных с неблагоприятными движениями финансовых рынков. Рыночный риск имеет макроэкономическую природу, т.е. источниками рыночных рисков являются макроэкономические показатели финансовой системы - индексы рынков, кривые процентных ставок и т.д.

Классификация рыночных рисков по сегментам рынка :

- Процентный риск (interest rate risk)
- Валютный риск (exchange rate risk)
- Ценовой риск рынка акций, или фондовый риск (equity risk)
- Ценовой риск товарных рынков, или товарный риск (commodity risk)
- Риск рынка производных финансовых инструментов (derivative risk)

Ключевым понятием, используемым для оценки и управления рыночными рисками является волатильность. Оценка волатильности финансовых индексов и инструментов является основным элементом наиболее популярного подхода к оценке рыночных рисков - VaR-оценки рисков.

Валютный риск представляет собой риск потерь в связи с неблагоприятным для Компании изменением курсов валют. Подверженность данному риску определяется степенью несоответствия размеров активов и обязательств в той или иной валюте (открытой валютной позицией - ОВП). Таким образом, валютный риск в целом представляет собой балансовый риск.

Валютный риск, также, может являться предметом управления для отдельных видов операций, основной или дополнительной целью которых является получение прибыли за счёт благоприятного изменения валютных курсов. В первую очередь к таким операциям относятся спекулятивные конверсионные операции с валютой.

Источниками (факторами) валютных рисков являются "спот"-курсы валют, а также (если это подразумевается выбранным подходом) форвардные курсы валют.

В зависимости от характера и причин изменения валютных валютные риски могут быть классифицированы следующим образом:

- Текущие валютные риски
- Риски девальвации
- Риски изменения системы валютного регулирования

Текущие валютные риски представляют собой риски случайных свободных изменений валют с плавающими курсами. В настоящий момент валютные курсы большинства стран являются плавающими и колеблются, отражая любые изменения платежного баланса, финансовой политики страны, макроэкономических факторов, влияющих на курс и т.д.

Такого рода изменения валютных курсов легко поддаются исследованию статистическими методами. Соответственно оценка рисков такого рода оптимально может производиться с помощью оценок волатильности, VaR-оценок.

В качестве самой простой оценки может использоваться простая волатильность и предположение о нормальности распределения. Более серьезный подход к оценке валютного риска должен учитывать эффект "тяжелых хвостов" - редких, но значительных изменений курсов валют, вызываемых поступившими острыми новостями.

Греческие коэффициенты (Греки) представляют собой набор статистических значений, которые измеряют риск, связанный с опционным контрактом, в отношении определенных базовых переменных.

«Греки» - это термин, используемый на рынке опционов для описания различных аспектов риска, связанных с принятием позиции опционов. Эти переменные называются греками, потому что они обычно ассоциируются с греческими символами. Каждая переменная риска является результатом несовершенного предположения или взаимосвязи опциона с другой базовой переменной. Трейдеры используют различные греческие значения, такие как дельта, тета и другие, для оценки риска опционов и управления портфелями опционов.

Греки охватывают много переменных. К ним относятся дельта, тета, гамма, вега и ро, среди других. С каждой из этих переменных / греков связано число, и это число говорит трейдерам о том, как движется опцион, или о риске, связанном с этим опционом. Первичные греки (Delta, Vega, Theta, Gamma и Rho) рассчитываются каждый как первая частная производная модели оценки опционов (например, модель Блэка-Шоулза).

Число или значение, связанное с греческим, со временем меняется. Таким образом, трейдеры со сложными опционами могут ежедневно рассчитывать эти значения для оценки любых изменений, которые могут повлиять на их позиции или перспективы, или для проверки необходимости перебалансировки их портфеля. Ниже приведены некоторые из основных торговцев греков.

<b>Delta</b>	$\frac{\partial C}{\partial S} = \Delta_c \quad 0 \leq \Delta_c = N(d_1) \leq 1$	$-\frac{\partial P}{\partial S} = \Delta_p \quad -1 \leq \Delta_p = N(d_1) - 1 \leq 0$
<b>Gamma</b>	$\frac{\partial \Delta_c}{\partial S} = \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} = \Gamma_c > 0$	$\frac{\partial \Delta_p}{\partial S} = \frac{\partial^2 P}{\partial S^2} = \Gamma_p > 0$
<b>Theta<sup>1</sup></b>	$\frac{\partial C}{\partial T} = \Theta_c > 0$	$\frac{\partial P}{\partial T} = \Theta_{P, American} > 0$
<b>Vega</b>	$\frac{\partial C}{\partial \sigma} = V_c > 0$	$\frac{\partial P}{\partial \sigma} = V_p > 0$
<b>Rho</b>	$\frac{\partial C}{\partial r} = \rho_c > 0$	$\frac{\partial P}{\partial r} = \rho_p < 0$



Дельта ( $\Delta$ ) представляет собой скорость изменения между ценой опциона и изменением цены базового актива на 1 доллар. Другими словами, ценовая чувствительность опциона относительно базового. Дельта опциона колл имеет диапазон от нуля до единицы, а дельта опциона пут - от нуля до отрицательного.

Для трейдеров опционов дельта также представляет коэффициент хеджирования для создания дельта-нейтральной позиции. Менее распространенное использование дельты опциона - это текущая вероятность того, что он истекает в деньгах.

Тета ( $\Theta$ ) представляет скорость изменения между ценой опциона и временем, или чувствительность ко времени - иногда известную как спад времени опциона. Тета указывает, на какую сумму цена опциона будет уменьшаться с уменьшением времени до истечения срока действия, при прочих равных условиях.

Тета увеличивается, когда опционы продаются за деньги, и уменьшается, когда опционы поступают и выходят из денег. Опционы ближе к истечению также имеют ускоряющееся затухание времени. Длинные коллы и длинные путы обычно имеют отрицательную тэту; короткие звонки и короткие путы будут иметь положительную тэту. Для сравнения, инструмент, стоимость которого не подвержена влиянию времени, например, акция, будет иметь нулевую тэту.

Гамма ( $\Gamma$ ) представляет собой скорость изменения между дельтой опциона и ценой базового актива. Это называется ценовой чувствительностью второго порядка (второй производной). Гамма указывает на величину, которую дельта изменит при движении на 1 доллар в базовой ценной бумаге.

Гамма используется для определения того, насколько стабильна дельта опциона: более высокие значения гаммы указывают на то, что дельта может резко измениться в ответ на даже небольшие изменения цены базового актива. Гамма выше для опционов, которые продаются по цене, и ниже для опционов, которые являются в деньгах и вне денег и ускоряется по мере приближения срока действия. Значения гаммы, как правило, меньше, чем дальше от даты истечения срока годности; варианты с более длительным сроком действия менее чувствительны к дельта-изменениям. По мере приближения срока годности значения гаммы обычно увеличиваются, поскольку изменения цен оказывают большее влияние на гамму. Опционные трейдеры могут выбрать не только хеджирование дельты, но и гамму, чтобы быть нейтрально-дельта-гамма, это означает, что при изменении базовой цены, дельта будет оставаться близкой к нулю.

Vega ( $v$ ) представляет собой скорость изменения между стоимостью опциона и подразумеваемой волатильностью базового актива. Это чувствительность опциона к волатильности. Vega указывает величину изменения цены опциона с учетом изменения подразумеваемой волатильности на 1%.

Поскольку повышенная волатильность подразумевает, что базовый инструмент с большей вероятностью будет испытывать экстремальные значения, увеличение волатильности соответственно увеличит стоимость опциона. И наоборот, снижение волатильности отрицательно скажется на стоимости опциона. Vega максимальна для опционов «на деньги», которые имеют более длительное время до истечения срока действия.

Rho ( $\rho$ ) представляет собой скорость изменения между значением опциона и изменением процентной ставки на 1%. Это измеряет чувствительность к процентной ставке. При прочих равных условиях. Обратное верно для опционов пут. Rho лучше всего подходит для опционов "с деньгами" с длительным сроком действия до истечения срока действия.

Несовершеннолетние греки

Некоторые другие греки, с которыми не обсуждают так часто, - это лямбда, эпсилон, вомма, вера, скорость, зомма, цвет, ультима.

Эти греки являются вторыми или третьими производными модели ценообразования и влияют на такие вещи, как изменение дельты с изменением волатильности и так далее. Они все чаще используются в стратегиях торговли опционами, поскольку компьютерное программное обеспечение может быстро вычислять и учитывать эти сложные, а иногда и эзотерические факторы риска.

## Практический материал

### Ситуации

*Ситуация 1.* Банк продал за \$ 300 000 европейский опцион колл на 100 000 акций, не имеющих дивидендов

$S_0 = 49$ ,  $K = 50$ ,  $r = 5\%$ ,  $\sigma = 20\%$ ,

$T = 20$  недель,  $\mu = 13\%$

Стоимость опциона Блэка-Шоулза составляет \$ 240 000

Как банк хеджирует свой риск, чтобы зафиксировать прибыль в 60 000 долларов?

*Naked position*

Не предпринимать никаких действий

*Covered position*

Купить 100 000 акций сегодня

Stop-Loss Strategy : Это включает в себя:

- Покупка 100 000 акций, как только цена достигнет 50 долларов
- Продажа 100 000 акций, как только цена упадет ниже 50 долларов
- Эта обманчиво простая стратегия хеджирования не работает хорошо
- Обе стратегии оставляют банк подверженным значительному риску

*Ситуация 2. Примеры дельта.*

1) Предположим, что инвестор является длинным опционом колл с дельтой 0,50. Следовательно, если базовая акция увеличится на 1 доллар, цена опциона теоретически увеличится на 50 центов.

2) опцион колл-дельта 0,40 сегодня подразумевает 40% -ную вероятность завершения в деньгах.

3) если вы покупаете стандартный американский опцион колл с разницей в 0,40, вам нужно будет продать 40 акций, чтобы обеспечить полное хеджирование. Чистая дельта для портфеля опционов может также использоваться для получения коэффициента хеджирования портфеля

*Ситуация 3. Пример тета.* Предположим, что у инвестора длинный опцион с тета - 0,50. Цена опциона будет уменьшаться на 50 центов каждый проходящий день, при прочих равных условиях. Если пройдет три торговых дня, стоимость опциона теоретически уменьшится на 1,50 доллара.

*Ситуация 4. Пример гаммы.* Предположим, что у инвестора длинный опцион колл на гипотетической акции XYZ. Опция колла имеет дельту 0,50 и гамму 0,10. Следовательно, если акции XYZ увеличиваются или уменьшаются на 1 доллар США, дельта опциона колл увеличивается или уменьшается на 0,10.

*Ситуация 5. Пример Vega.* Например, опция с Vega 0,10 указывает, что значение опции, как ожидается, изменится на 10 центов, если подразумеваемая волатильность изменится на 1%.

*Ситуация 6. Пример Ро.* Например, предположим, что опцион колл имеет значение 0.05 и цену 1,25 доллара. Если процентные ставки возрастут на 1%, стоимость опциона колл увеличится до 1,30 долл.

### **Задачи**

#### **Задача 1**

Предположим, что финансовое учреждение имеет следующие три позиции в опционах на акции:

1. Длинная позиция в 100 000 опционов колл с ценой исполнения \$ 55 и сроком действия 3 месяца. Дельта каждого варианта составляет 0,533.

2. Короткая позиция в 200 000 опционов колл с ценой исполнения \$ 56 и сроком истечения 5 месяцев. Дельта каждого варианта составляет 0,468.

3. Короткая позиция в 50000 пут-опционов с ценой исполнения \$ 56 и сроком действия 2 месяца. Дельта каждого варианта - 0,508.

#### **Решение**

Дельта всего портфолио

$$100,000 * 0,533 - 200,000 * 0,468 - 50,000 * (-0,508) = -14,900$$

Это означает, что портфель можно сделать дельта-нейтральным, купив 14 900 акций.

#### **Задача 2**

Предположим, что портфель валютных опционов, принадлежащий американскому банку, можно сделать дельта-нейтральным с короткой позицией в 458 000 фунтов стерлингов. Безрисковые ставки составляют 4% в США и 7% в Великобритании.

#### **Решение**

Из уравнения ( $H_F = e^{-(r-r_f)T} H_A$ ) хеджирование с использованием 9-месячных валютных фьючерсов требует короткой фьючерсной позиции

$$e^{-(0.04-0.07)*9/12} * 458.000$$

или £ 468.448. Поскольку каждый фьючерсный контракт предназначен для покупки или продажи стоимостью 62 500 фунтов стерлингов, будет заключено семь контрактов. (Семь является ближайшим целым числом к 468,442 / 62,500.)

### **Вопросы для закрепления**

1. Дайте определение рыночному риску?
2. Представьте классификацию рыночных рисков?
3. Что такое волатильность?
4. Дайте определение валютному риску?
5. Объясните, как может быть реализовано торговое правило стоп-лосс для эмитента опциона «без денег». Почему это обеспечивает относительно плохое хеджирование?

### **Домашняя работа.**

1. Предположим, что финансовое учреждение имеет следующие три позиции в опционах на акции:

– Длинная позиция в 100 000 опционов колл с ценой исполнения \$ 40 и сроком действия 3 месяца. Дельта каждого варианта составляет 0,433.

– Короткая позиция в 200 000 опционов колл с ценой исполнения \$ 45 и сроком истечения 5 месяцев. Дельта каждого варианта составляет 0,368.

– Короткая позиция в 50000 пут-опционов с ценой исполнения \$ 60 и сроком действия 2 месяца. Дельта каждого варианта - 0,408.

Как портфель можно сделать дельта-нейтральным?

2. Предположим, что портфель валютных опционов, принадлежащий американскому банку, можно сделать дельта-нейтральным с короткой позицией в 668 000 фунтов стерлингов. Безрисковые ставки составляют 5% в США и 8% в Великобритании.

## ТЕМА 13 СТОИМОСТЬ ПОД РИСКОМ (VaR).

### Теоретический материал

Квантиль в математической статистике — число, такое что заданная случайная величина не превышает его лишь с фиксированной вероятностью.

Для измерения рыночных рисков в настоящее время в мире используется методология Value-at-Risk (VaR). «Value-at-Risk» можно перевести как «значение риска» или «мера риска».

VaR – это выраженная в денежных единицах оценка величины, которую не превысят ожидаемые в течение данного периода времени потери с заданной вероятностью.

Пусть фиксирован некоторый портфель открытых позиций. VaR портфеля для данного доверительного уровня  $(1-\alpha)$  и данного периода поддержания позиций  $t$  определяется как такое значение, которое обеспечивает покрытие возможных потерь  $x$  держателя портфеля за время  $t$  с вероятностью  $(1-\alpha)$ , то есть

$$P(\text{VaR} \geq x) = 1 - \alpha. \quad (49)$$

Как следует из определения, величина VaR для портфеля заданной структуры определяется как наибольший ожидаемый убыток, обусловленный колебаниями цен на финансовых рынках, который рассчитывается :

- на определенный период времени в будущем (временной горизонт);
- с заданной вероятностью его непревышения (уровень доверия);
- при данном предположении о характере поведения рынка (метод расчета).

Доверительный интервал и временной горизонт являются ключевыми параметрами, без которых не возможны ни расчет, ни интерпретация показателя VaR.

Временной горизонт (holding period) для расчета VaR часто выбирается исходя из срока удержания данного инструмента в портфеле, или его ликвидности, то есть исходя из минимального реального срока, на протяжении которого можно реализовать на рынке данный инструмент (закрыть позиции) без существенного ущерба, поскольку именно в пределах этого срока трейдеры не в состоянии что-либо сделать для снижения потерь. Например, “недельный VaR”, “месячный VaR” – это оценки возможных потерь за неделю и за месяц соответственно.

Следует отличать от горизонта расчета VaR глубину периода расчетов VaR (observation period) – объем ретроспективных или искусственно смоделированных данных, на основе которых рассчитывается оценка.

Уровень доверия (confidence level), или вероятность, выбирается в зависимости от предпочтений по риску, выраженного в регламентирующих документах надзорных органов, или в корпоративной практике, отражая оценки менеджеров. Например, Базельский комитет по банковскому надзору

рекомендует уровень в 99%, на который ориентируются надзорные органы; на практике наиболее популярен уровень в 95%, но встречаются также и другие (обычно между 95% и 99%).

Существует две основных группы подходов к оценке VaR. Первая группа основана на так называемом «локальном оценивании» (local valuation), то есть на линейной или более сложной аппроксимации функции стоимости финансового инструмента, важнейшим примером которого является параметрический дельта-нормальный метод. Вторая группа использует «полное оценивание» (full valuation), подразумевающее полный перерасчет стоимости финансового инструмента без аппроксимирующих предположений. К этой группе относятся метод исторического моделирования и метод стохастического моделирования Монте-Карло.

Показатель VaR используется в риск-менеджменте в следующих основных целях:

- как база для расчета лимитов по открытым позициям;
- для расчета достаточности капитала и распределения капитала между направлениями бизнеса;
- для оценки доходности операций с учетом риска.

В основе дельта-нормального метода лежит посылка о нормальном законе распределения логарифмических доходностей факторов рыночного риска:

$$r_t = \ln(P_t/P_{t-1}) \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (50)$$

В случае нормально распределенной случайной величины доверительный интервал  $(1 - \alpha)$  всегда характеризуется единственным параметром – квантилью  $(k_{1-\alpha})$ , которая показывает положение искомого значения случайной величины (симметрично в обоих хвостах распределения) относительно среднего  $(\mu_t = E[r_t])$ , выраженное в количестве стандартных отклонений доходности портфеля  $(\sigma_t)$ . Так, для наиболее часто используемых значений доверительного интервала 95% и 99% соответствующие квантили будут равны 1.65 и 2.33 стандартных отклонений доходности портфеля.

VaR для одного актива:  $(1 - \alpha)$ . Для формального определения величины VaR, используемого в дельта-нормальном методе, рассмотрим сначала инвестиционную позицию, состоящую лишь из одной единицы какого-либо актива. Очевидно, что размер дневной прибыли или убытка по такой единичной позиции будет в точности равен изменению цены этого актива за этот день.

## **Практический материал**

### **Ситуации**

**Ситуация 1.** Так, значение VaR в 10 млн. тенге для временного горизонта в 1 день и доверительного интервала 99% будет означать (при условии сохранения тенденций рыночной конъюнктуры):

вероятность того, что в течение следующих 24 часов мы потеряем меньше, чем 10 млн. тенге., составляет 99%;

вероятность того, что наши убытки превысят 10 млн. тенге в течение ближайших суток, равна 1%;

убытки, превышающие 10 млн. тенге, ожидаются в среднем один раз в 100 дней торгов.

**Ситуация 2.** Фраза “глубина расчетов месячного VaR составила 2 года” означает, что данные брались за 2 года, то есть за 24 месяца, а фраза “глубина расчетов недельного VaR составила 2 года” означает, что данные брались за 2 года, то есть за 104 недели

### Задачи

**Задача 1.** У нас есть позиция на сумму 10 миллионов долларов в акциях Microsoft. Волатильность Microsoft составляет 2% в день (около 32% в год). Мы используем  $N = 10$  и  $X = 99$ . Определите VaR?

#### Решение

1	10 000 000	
	2%	200 000=10 000 000*2%
	3,16227766=корень из 10	632 455,53=200 000*3,16227766
N	0,01=НОРМСТРАСП(-2,33)	
VaR	1 473 621=632 455,53*2,33	2,33 (из таблицы)

**Задача 2.** Рассмотрим позицию в 5 миллионов долларов в AT & T. Ежедневная волатильность AT & T составляет 1% (около 16% в год). Определите VaR?

#### Решение

Позиция	5 000 000	\$	50 000=5 000 000*1%
T	10	days	
Волатильность	1%	16%	
SD	158 114	\$	=50 000*корень из 10
VaR	368 405	\$	=158 114*2,33

**Задача 3.** Теперь рассмотрим портфель, состоящий из Microsoft (задача 1) и AT & T. Предположим, что корреляция составляет 0,3. Каково стандартное отклонение изменения стоимости портфеля за один день, 10 дней? Каковы преимущества диверсификации?

### Решение

$\rho$	0,3	
$\sigma_x$	200 000 (из задачи 1)	
$\sigma_y$	50 000 (из задачи 2)	
$\sigma$	220 227	$=200\,000^2+50\,000^2$ $+2*0,3*200\,000*50\,000$
VaR	1 622 657	$=220\,227*\text{корень из }10*2,33$
Прибыль	219 370	$=(1\,473\,621+368\,405)-1\,622\,657$

**Задача 4.** Подумайте об инвестициях в опции для Microsoft и AT & T. Предположим, что цены на акции равны 120 и 30 соответственно, а дельты портфеля по отношению к двум ценам на акции равны 1000 и 20 000 соответственно.

### Решение

SPm	120	
SP at&t	30	
delta m	1 000	
delta at&t	20 000	
$\Delta \Pi$	720 000	$=120*1\,000+30*20\,000$

### Задача 5. Чувствительность портфеля к ставкам

1 год	2 год	3 год	4 год	5 год
10	4	-8	-7	2

Определите VaR? Используйте таблицы PCA для расчета VaR  
Таблица PCA стандартное отклонение

PC1	PC2
17.49	6.05

Таблица PCA коэффициент загрузки

Период	PC1	PC2
12 месяцев	0,32	-0,32
2 года	0,35	-0,1
3 года	0,36	0,02
4 года	0,36	0,14
5 года	0,36	0,17



## Решение

1 год	2 год	3 год	4 год	5 год
10	4	-8	-7	2
0,32	0,35	0,36	0,36	0,36
-0,32	-0,1	0,02	0,14	0,17

Первый фактор	-0,08	$=10*0,32+4*0,35-8*0,36-7*0,36+2*0,36$
второй фактор	-4,4	$=10*(-0,32)+4*(-0,1)-8*0,02-7*0,14+2*0,17$
$\Delta \Pi$	1,958	$=-0,08^2*17.49^2$
	708,6244	$=-4,4^2*6.05^2$
	710,58	$=1,958+708,6244$
	26,66	корень из 710,58
<b>VaR</b>	<b>62,11</b>	<b>=26,66*2,33</b>

### Вопросы для закрепления

#### Домашняя работа.

1. У нас есть позиция на сумму 9 миллионов долларов в акциях Microsoft. Волатильность Microsoft составляет 3% в день (около 32% в год). Мы используем  $N = 10$  и  $X = 99$ . Определите VaR?

2. Рассмотрим 4 миллионов долларов в AT & T. Ежедневная волатильность AT & T составляет 1% (около 16% в год). Определите VaR?

3. Теперь рассмотрим портфель, состоящий из Microsoft (задача 1) и AT & T. Предположим, что корреляция составляет 0,2. Каково стандартное отклонение изменения стоимости портфеля за один день, 10 дней? Каковы преимущества диверсификации?

4. Чувствительность портфеля к ставкам

1 год	2 год	3 год	4 год	5 год
8	6	-5	-4	2

Определите VaR? Используйте таблицы PCA для расчета VaR

## ТЕМА 14 ОЦЕНКА ВОЛАТИЛЬНОСТИ И КОРРЕЛЯЦИИ

### Теоретический материал

Волатильность (изменчивость, англ. Volatility) - это статистический показатель, характеризующий тенденцию изменчивости цены.

Волатильность является важнейшим финансовым показателем в управлении финансовыми рисками, где представляет собой меру риска использования финансового инструмента за заданный промежуток времени.

Волатильность выражается в абсолютном ( $100\$ \pm 5\$$ ) или в относительном от начальной стоимости значении ( $100\% \pm 5\%$ ).

Для расчёта волатильности применяется статистический показатель выборочного стандартного отклонения, что позволяет инвесторам определить риск приобретения финансового инструмента.

### Различают два вида волатильности:

Историческая волатильность — это величина, равная стандартному отклонению стоимости финансового инструмента за заданный промежуток времени, рассчитанному на основе исторических данных о его стоимости.

Ожидаемая волатильность - волатильность, вычисленная на основе текущей стоимости финансового инструмента в предположении, что рыночная стоимость финансового инструмента отражает ожидаемые риски.

Историческая волатильность :

Участника рынка интересует не только направление движения рынка, но и скорость этого движения, поскольку от нее зависит вероятность того, что стоимость актива “перешагнет” за “критические” для участника значения. Показателем такой скорости выступает стандартное отклонение цены актива, или, как его еще называют, волатильность цены.

Стандартное отклонение - это мера того, насколько широко разбросаны точки данных относительно их среднего, оно свидетельствует о вероятности, с которой цена примет то или иное значение и задает меру отклонения цены актива от некоторой средней величины, т.е. характеризует риск, связанный с данным активом, например, волатильность цены облигации. Для того, что бы определить волатильность рынка в целом, можно произвести расчет волатильности по фондовому индексу.

Относительные изменения рассчитывают двумя путями :

1. Как процентное изменение цены:

$$X_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{P_i} \cdot 100 \quad (51)$$

2. Второй метод заключается в том, что в качестве переменной величины принимают логарифм отношения последующей цены к цене предыдущей (обычно это цены закрытия), а именно:

$$X_i = 100 \cdot \ln \frac{P_{i+1}}{P_i} \quad (52)$$

Случайная величина представляет собой натуральный логарифм относительного изменения этого показателя за один день, выраженный в процентах. Тогда дневную волатильность данного показателя можно оценить следующим образом :

$$\sigma_{\text{дн}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^T (X_i - \bar{X})^2}{T-1}}, \quad \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^T X_i}{T} \quad (53)$$

Зная дневную волатильность доходности финансового инструмента, можно оценить волатильность доходности этого инструмента за данный период времени :

$$\sigma_{\text{пер}} = \sigma_{\text{дн}} \cdot \sqrt{\tau_{\text{пер}}}, \quad (54)$$

где  $\sigma_{\text{пер}}$  - волатильность доходности за рассматриваемый период времени;

$\sigma_{\text{дн}}$  - дневная волатильность;

$\tau_{\text{пер}}$  - число дней в периоде;

Волатильность представляет собой основную меру риска рыночного финансового инструмента. Волатильность является случайной составляющей изменения цены финансового инструмента, которое рассматривается следующим образом:

$$r = m + \sigma \quad (55)$$

$r$  - изменение цены за интервал,

$m$  - среднее изменение цены (тренд) - постоянная величина;

$\sigma$  - волатильность, случайная величина (временной ряд) с нулевым мат. ожиданием.

т.е. движение цены за некоторый интервал рассматривается как некое планируемое трендовое движение и случайное отклонение от тренда определяемое волатильностью.

Любое движение цены может быть разбито на две части:

1) ожидаемое движение цены и 2) движение, которое мы не ожидали.

Ожидаемая (не волатильная) часть движения цены инвестиции обычно описывается понятием ожидаемой ставки доходности (expected growth rate). На коротком промежутке времени большинство инвесторов "предсказывают" будущую норму доходности исходя из недавней модели поведения роста цены. Обычной мерой, используемой для описания ставки (нормы) доходности является среднегеометрическая ставка доходности или CAGR.

Не ожидаемая часть движения цены инвестиции и есть ее волатильность. Эта часть может как расти, так и падать с равной вероятностью, т.к. по определению она не предсказуема.

Ввиду нашей неопределенности относительно движения цены, существует вероятность распределения цен вокруг своей "ожидаемой" цены.

Это распределение вероятности лежит в основе концепции "волатильности". Описывая его форму и размер мы по сути описываем волатильность.

## Практический материал

### Задачи

#### Задача 1

Установка  $w = gV$  модели GARCH (1,1)

$$\sigma_n^2 = \omega + \alpha u_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2 \text{ Дисперсия}$$

$$V_L = \frac{\omega}{1 - \alpha - \beta} \text{ Волатильность}$$

Предположим

$$\sigma_n^2 = 0.000002 + 0.13u_{n-1}^2 + 0.86\sigma_{n-1}^2$$

Коэффициент долгосрочной дисперсии составляет 0,0002, поэтому долгосрочная волатильность в день составляет 1,4%.

Предположим, что текущая оценка волатильности составляет 1,6% в день, а самое последнее процентное изменение рыночной переменной составляет 1%.

Тогда новый коэффициент дисперсии

$$0.000002 + 0.13 \times 0.0001 + 0.86 \times 0.000256 = 0.00023336$$

Новая волатильность составляет 1,53% в день

#### Задача 2

Стоимость австралийского доллара составляет 0,60 доллара. Безрисковая процентная ставка составляет 5% годовых в США и 10% годовых в Австралии. Рыночная цена европейского колл-опциона на австралийский доллар со сроком обращения 1 год и страйк-ценой 0,59 доллара составляет 0,0236. DerivaGem показывает, что подразумеваемая волатильность колл-опциона составляет 14,5%. Чтобы не было арбитража, соотношение паритет-колл в уравнении  $(p + S_0 e^{-qT} = c + K e^{-rT})$  должно применяться с  $q$  равным иностранной безрисковой ставке. Следовательно, цена  $p$  европейского опциона "пут" со страйк-ценой 0,59 долл. И сроком обращения 1 год удовлетворяет

$$p + 0.60e^{-0.10 \cdot 1} = 0.0236 + 0.59e^{-0.05 \cdot 1}$$

так что  $p = 0,0419$ . DerivaGem показывает, что когда пут имеет эту цену, его подразумеваемая волатильность также составляет 14,5%. Это то, что мы ожидаем от только что приведенного анализа.

### **Вопросы для закрепления**

1. Дайте определение волатильность?
2. Какие бывают виды волатильности?
3. Что такое историческая волатильность?

## Тесты для закрепления пройденного материала (формат CFA)

### ПРОИЗВОДНЫЕ РЫНКИ И ИНСТРУМЕНТЫ

1. Что из следующего наиболее точно описывает производную ценную бумагу?

- a. всегда увеличивает риск
- b. не имеет срока годности
- c. имеет выплату на основе другого актива.

2. Какое из следующих утверждений о биржевых деривативах наименее точно?

- a. они ликвидны
- b. они это стандартизированные контракты
- c. они несут значительный риск дефолта.

3. Индивидуальное соглашение о покупке определенной T-облигации в следующий четверг за 1000 долларов это;

- a. опцион
- b. фьючерсный контракт
- c. форвордное обязательство

4. Своп это

- a. строго регламентированный
- b. это серия форвордных контрактов
- c. обмен одного актива на другой

5. Call опцион дает держателю

- a. право продать по особенной цене
- b. право купить по особенной цене
- c. обязательство купить по определенной цене

6. Арбитраж предотвращает

- a. эффективность рынка
- b. прибыль выше, чем в безрисковой норме прибыли
- c. два актива с одинаковыми выплатами от продажи по разным ценам

7. Производные наименее вероятно предоставят или улучшат

- a. ликвидность
- b. информацию о цене
- c. снижение инфляции

### ФОРВАРДНЫЕ РЫНКИ И КОНТРАКТЫ

1. Суть в форвардном контракте:

- a. обязан доставить актив по истечении срока действия договора.

- b. имеет право поставить актив по истечении срока действия договора
- c. обязан доставить актив в любое время до истечения срока действия договора.

2. Какое из следующих утверждений о форвардных контрактах наименее точно?

- a. Форвардный контракт может быть исполнен в любое время.
- b. Долго обещают приобрести актив.
- c. Обе стороны форвардного контракта имеют потенциальный риск дефолта.

3. Риск дефолта в форвардном контракте:

- a. Риск того, что другая сторона не выполнит свои договорные обязательства.
- b. Относится только к шорту, который должен произвести оплату наличными при расчете.
- c. Относится только к длинным, и есть вероятность того, что короткие не могут приобрести актив для доставки.

4. Некоторые форвардные контракты называются расчетными договорами. Это означает:

- a. По истечении срока действия контракта лонг может купить актив по короткой позиции или оплатить разницу между рыночной ценой актива и ценой контракта.
- b. При расчетах длинные покупают актив у коротких за наличные.
- c. Лонг или шорт в форвардном контракте произведут оплату наличными по истечении срока контракта, и актив не будет доставлен.

5. Форвардный контракт, который должен быть урегулирован путем продажи актива одной стороной другой стороне, называется:

- a. бери и плати договор.
- b. поставочный форвардный контракт.
- c. контракт только для физических лиц.

6. Что из перечисленного НЕ является методом расторжения форвардного контракта до истечения срока его действия?

- a. Упражнение по обмену.
- b. Сделайте согласованную оплату контрагенту.
- c. Заключение взаимозачетный форвардный контракт с исходным контрагентом.

7. Какое утверждение относительно дилеров форвардных контрактов наименее точно?

- a. Не все из них являются банками.
  - b. Они пытаются сбалансировать свои длинные и короткие позиции, чтобы ограничить риск.
  - c. Они несут риск дефолта, но не риск цены актива.
8. Какое из следующих утверждений относительно дилеров форвардных контрактов НЕ является правильным?
- a. Дилерами форвардных контрактов часто являются банки.
  - b. Дилеры получают компенсацию путем авансовых платежей сторон по форвардным контрактам.
  - c. Дилеры предлагают длинные и короткие форвардные контракты по разным ценам.
9. FRA - это:
- a. Соглашение о форвардной ставке.
  - b. Управление по фьючерсам.
  - c. Прямой безрисковый актив.
10. Соглашение о форвардной ставке (FRA):
- a. может использоваться для хеджирования процентной ставки кредита с плавающей ставкой.
  - b. рассчитывается путем выдачи кредита по ставке договора.
  - c. является безрисковым, если основывается на ставке казначейских векселей.
11. Рассмотрим 90-дневное соглашение о форвардной ставке на сумму 1 миллион долларов США, основанное на 60-дневной Лондонской межбанковской предлагаемой ставке (LIBOR) со ставкой контракта 5%. Если по истечении контракта 60-дневная ставка LIBOR составляет 6%, шорт должен заплатить:
- a. \$ 1,652.89.
  - b. \$ 1,650.17.
  - c. \$ 1,666.67.

## **ФЬЮЧЕРСНЫЕ РЫНКИ И КОНТРАКТЫ**

1. Какое из следующих утверждений о фьючерсных контрактах является наименее точным?
- a. Для защиты расчетной палаты биржа требует от трейдеров размещать маржу и оплачивать свои счета еженедельно.
  - b. Для закрытия большинства фьючерсных контрактов используются взаимозачеты, а не биржи для физических лиц.
  - c. Центр обмена фьючерсами позволяет трейдерам менять свои позиции, не связываясь с другой стороной первоначальной сделки.



3. Передача права на будущую передачу прав и обязанностей в отношении фьючерсного контракта может быть предметом:
- векселя;
  - опционного контракта;
  - форвардного контракта.
4. Укажите, какие из перечисленных видов ценных бумаг являются производными ценными бумагами:
- акции;
  - векселя;
  - фьючерсные контракты.
5. Стандартный биржевой договор купли-продажи биржевого актива в определенный момент времени в будущем по цене, установленной сторонами сделки в момент ее заключения, – это:
- фьючерсный контракт;
  - биржевой опцион;
  - договор цессии.
6. Отличительной особенностью фьючерсного контракта является:
- использование клиринговой палаты в качестве посредника между покупателем и продавцом;
  - отсутствие срока исполнения контракта;
  - торговля ведется на внебиржевом рынке.
7. Где хранится залог, который вносят участники сделки для гарантии выполнения обязательств?
- у депозитария;
  - в клиринговой палате биржи;
  - у регистратора.
8. Особенностью фьючерсного контракта является:
- невозможность переходить из рук в руки вплоть до указанной в нем даты исполнения;
  - невозможность его покупки на бирже;
  - бессрочность.
9. Ценные бумаги, используемые для более полной реализации функций других ценных бумаг, называются:
- фондовыми;
  - долговыми;
  - производными.
10. Ценная бумага, для которой свойственны термины «срочный финансовый инструмент», «стандартный контракт», «спекулятивность», «маржа», «хеджирование», – это:
- фьючерсный контракт;
  - опционный контракт;
  - форвардный контракт.
9. Где обращается фьючерсный контракт?
- на бирже;

- b. на внебиржевом рынке;
  - c. на неорганизованном рынке.
10. Сторонами договора являются:
- a. три конкретных лица;
  - b. расчетная палата – общий покупатель и продавец; конкретные партнеры обезличены;
  - c. два конкретных лица.
11. Регистрация фьючерса, которая влечет за собой принятие новых прав или обязательств или увеличение существующих, называется:
- a. открытием позиции;
  - b. закрытием позиции.
12. Погашение-компенсация, т. е. продажа в случае покупки или покупка в случае продажи фьючерсного контракта или опциона на фьючерсный контракт, – это:
- a. оферта;
  - b. форфетирование;
  - c. оффсет.
13. Регистрация фьючерса, которая влечет за собой прекращение прав и обязательств, называется:
- a. открытием позиции;
  - b. закрытием позиции.
14. Как называется цена, которая фиксируется при заключении фьючерсного контракта?
- a. страйк-цена;
  - b. фьючерсная цена;
  - c. спот-цена.
15. Как называется ситуация, когда фьючерсная цена выше цены спот?
- a. контанго;
  - b. бэкуордейшн.
16. Бэкуордейшн – это:
- a. ситуация, когда фьючерсная цена выше цены спот;
  - b. ситуация, когда фьючерсная цена ниже цены спот.
17. Разница между ценой спот базисного актива и фьючерсной ценой называется:
- a. бэкуордейшн;
  - b. контанго;
  - c. базис.
18. Что включает в себя цена доставки фьючерсного контракта?
- a. расходы по хранению и страхованию актива; процент, который бы получил инвестор на сумму, затраченную на приобретение базисного актива, процент, который инвестор утрачивает по займу;
  - b. транспортные расходы, процент, который бы получил инвестор на сумму, затраченную на приобретение базисного актива, процент, который инвестор утрачивает по займу;

- c. расходы по хранению и страхованию актива; транспортные расходы.

## ОПЦИОННЫЕ РЫНКИ И КОНТРАКТЫ

1. Какое из следующих утверждений о денежности наименее точно?  
Когда:
  - a.  $S-X > 0$ , опцион колл в деньгах.
  - b.  $S-X = 0$ , опцион колл в деньгах.
  - c.  $S-X$ , опцион пут находится в деньгах.
2. Какое из следующих утверждений об американских и европейских вариантах является наиболее точным?
  - a. Между американскими и европейскими опционами всегда будет некоторая разница в цене из-за валютного риска.
  - b. Европейские опционы допускают исполнение до или до истечения срока действия опциона.
  - c. До истечения срока действия американский опцион может иметь более высокую стоимость, чем эквивалентный европейский опцион.
3. Какое из следующих утверждений об опционах пут и колл наименее точно?
  - a. Цена опциона менее волатильна, чем цена базового актива.
  - b. Цены опционов, как правило, тем выше, чем дольше срок действия опциона.
  - c. Для опционов "пут", чем выше цена исполнения по сравнению с базовой ценой акции, тем больше стоимость пута.
4. Какое из следующих утверждений о вариантах является наиболее точным?
  - a. Автор опциона пут обязан продать актив держателю опциона пут.
  - b. Владелец опциона колл обязан продать автору опциона, если цена акции превышает цену исполнения.
  - c. Держатель опциона пут имеет право продать автору опциона.
5. Снижение безрисковой процентной ставки будет:
  - a. Увеличить цены пут и колл.
  - b. Уменьшить пут цены и увеличить колл цены.
  - c. Увеличить пут цены и уменьшить колл цены.
6. Колл на \$ 40 для торговли акциями по \$ 43 оценивается в \$ 5. Значение времени опциона:
  - a. \$ 2.
  - b. \$ 5.
  - c. \$ 8.
7. До истечения срока. Американский опцион пут на акции:
  - a. Ограничен  $S-X / (1 + RFR) T$ .
  - b. Никогда не будет продавать меньше, чем его внутренняя стоимость.
  - c. Призыв никогда не продавать больше, чем его внутренняя ценность.

8. Владелец опциона колл на нефтяные фьючерсы со страйк-ценой \$ 68,70:
- Может воспользоваться вариантом и принять доставку масла.
  - Может использовать опцион и занять длинную позицию по фьючерсам на нефть.
  - Никогда не будет исполнять опцион, когда спотовая цена на нефть меньше, чем цена исполнения
9. Нижняя граница для европейского опциона пут:
- Макс (0, S-X).
  - Макс.  $[0, X / (1 + RFR) T - S]$ .
  - Макс.  $[0, S-X / (1 + RFR) T]$ .
10. Нижняя граница для американской колл-опции:
- Макс (0, S-X).
  - Макс.  $[0, X / (1 + RFR) T - S]$ .
  - Макс.  $[0, S-X / (1 + RFR) T]$ .
11. Чтобы учесть положительные денежные потоки от базового актива, нам нужно скорректировать формулу паритет-колл:
- Добавление будущей стоимости денежных потоков в S.
  - Добавление будущей стоимости денежных потоков к X.
  - Вычитание приведенной стоимости денежных потоков из S.
12. Соглашение о форвардной ставке эквивалентно следующим вариантам процентной ставки:
- Длинный колл и пут.
  - Короткий колл и длинный пут.
  - Длинный колл и короткий пут.
13. Выплата по варианту процентной ставки:
- приходит только к исполнению.
  - чем больше, тем выше уровень «страйк».
  - наступает некоторый период после истечения срока действия опциона.
14. Минимальная процентная ставка по векселю с плавающей ставкой (с точки зрения эмитента) эквивалентна серии:
- Длинные процентные ставки ставят.
  - Короткие процентные ставки.
  - Длинные процентные звонки.
15. Какое из следующих соотношений наименее точно?
- $P = C - S + X / (1 + RFR) T$ .
  - $C = S - P + X / (1 + RFR) T$ .
  - $X / (1 + RFR) T - P = S - C$ .
16. Акция продается по 40 долларов, трехмесячная ставка по 50 долларов продается по 11 долларов, трехмесячный колл по 50 долларов продается по 1 доллару, а безрисковая ставка составляет 6%. Сколько, если что, можно заработать на арбитраже?
- 0, арбитража нет.

- b. \$ 0,28.
  - c. \$ 0,72.
17. Что из следующего повысит ценность опциона пут?
- a. Увеличение волатильности.
  - b. Снижение цены исполнения.
  - c. Уменьшение времени до истечения срока.

## **СВОПОВЫЕ РЫНКИ И КОНТРАКТЫ**

1. Какое из следующих утверждений о свопах наименее вероятно верно?
- a. При процентном свопе условная основная часть обменивается.
  - b. Проблема по умолчанию является наиболее важным ограничением рынка свопов.
  - c. При простом ванильном процентном свопе фиксированные ставки обмениваются на переменные.
2. Какое из следующих утверждений о свопах наименее вероятно верно?
- a. Сроки обмена называются его тенором.
  - b. При валютном свопе производятся только чистые процентные платежи.
  - c. При валютном свопе условный принципал фактически обменивается дважды: один раз в начале свопа и еще раз в конце свопа.
3. Какое из следующих утверждений является наименее вероятным преимуществом свопов? свопы:
- a. имеют мало или нет регулирования.
  - b. минимизировать риск дефолта.
  - c. индивидуальные контракты.
4. В свопе акций:
- a. Расчет производится только при прекращении свопа.
  - b. акции обмениваются на условную основную сумму.
  - c. доходность по индексу может быть обменена на фиксированную ставку.
5. В простом ванильном процентном свопе:
- a. условный принцип поменялся местами.
  - b. производятся только чистые процентные платежи.
  - c. условный принцип возвращается в конце обмена.
6. Какое из следующих утверждений о рынках свопа наименее вероятно верно?
- a. При процентном свопе обменивается только чистый процент.
  - b. Условная основная часть обменивается в начале и при прекращении валютного обмена.
  - c. Обменяется только чистая разница между процентами в долларах и иностранными процентами.

Рассмотрим трехлетний ежегодный валютный своп, который происходит между иностранной фирмой (FF) с валютными единицами FC и

американской фирмой (USF) с долларовыми единицами. USF - плательщик с фиксированной ставкой, а FF - плательщик с плавающей ставкой. Фиксированная процентная ставка в начале свопа составляет 7%, а 8% в конце свопа. Переменная ставка в настоящее время составляет 5%; 6% в конце года 1; 8% в конце года 2; и 7% на конец 3 года. В начале свопа 1,0 млн. долларов обмениваются по обменному курсу FC 2,0 = 1,0 доллара. В конце периода обмена, обменный курс составляет FC 1,5 = 1,0 доллара. Примечание. При этом валютном свопе платежи на конец периода основаны на процентных ставках на начало периода.

7. Какое из следующих утверждений, скорее всего, является правильным при инициировании обмена?

- a. FF дает 1,0 млн. Долл. США.
- b. USF дает 1,0 млн. Франков.
- c. USF дает FF FC2,0 млн.

8. В конце второго года:

- a. USF платит FC140,000; FF платит 60 000 долларов.
- b. USF платит FC 60000; FF платит 70000 долларов.
- c. USF выплачивает 70 000 долларов США; FF платит FC 60000.

9. По окончании обмена FF дает USF, какую из следующих условных сумм?

- a. 1 миллион долларов
- b. FC2,000,000.
- c. FC1,500,000.

10. В конце третьего года FF оплатит какую из следующих сумм?

- a. 1 080 000 долларов
- b. 1 070 000 долларов.
- c. FC2, 160 000

Lambda Corp. имеет обязательства с плавающей ставкой и хочет иметь фиксированную ставку. В качестве плательщика с фиксированной ставкой они заключают двухлетний квартальный платеж с фиксированной плавающей ставкой в размере 4 000 000 долларов США. Контрагентом является Gamma Corp. Фиксированная ставка - 6%, а плавающая ставка - 90-дневная LIBOR + 1%, причем обе рассчитываются на основе 360-дневного года. Реализации LIBOR:

Годовой ЛИБОР

Текущий 5.0%

В 1 квартале 5,5%

В 2 кварталах 5,4%

В 3 кварталах 5,8%

В 4 квартале 6,0%

11. Первый своп-платеж:

- a. от Гаммы до Лямбды.
- b. известен при начале обмена.
- c. \$ 5000.

12. Второй чистый своп-платеж:
- a. 5000 долларов от Лямбды до Гаммы.
  - b. 4000 долларов от Гаммы до Лямбды.
  - c. 5000 долларов от Гаммы до Лямбды.
13. Пятый чистый квартальный платеж по свопу:
- a. 0.
  - b. \$10000
  - c. \$ 40000.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Options, Futures, and Other Derivatives, 10th Edition John C. Hull, University of Toronto ©2018
2. Буренин А.Н. Форварды, фьючерсы, опционы, экзотические и погодные производные / А.Н. Буренин. - М.: НТО, 2011. - 465 с.
3. 2018 CFA Level 1 Kaplan Schweser: Books 1-5, Practice Exam Vol 1-2, QuickSheet 2017 by Kaplan Schweser
4. Fundamentals of Futures and Options Markets Paperback – 2014 by John C Hull (Author)
5. Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж. Издательство Инфра-М Серия Университетский учебник Бакалавриат Год издания 2014 ISBN 2221198279230 Переводчик Буренина А. Н., Васина А. А.
6. Энциклопедия финансового риск-менеджмента / Под ред. А.А. Лобанова и А.В.
7. Электронный ресурс. Сайт Казахстанской фондовой биржи [www.kase.kz](http://www.kase.kz)
8. Электронный ресурс. Сайт Московской фондовой биржи [www.rts.ru](http://www.rts.ru)
9. Электронный ресурс. Деловое информационное пространство [www.quote.ru](http://www.quote.ru)
10. Буренин, А.Н. Рынок ценных бумаг и производных финансовых инструментов / А.Н. Буренин. – М.: 1 Федеративная Книготорговая Компания, 2008. – 352 с.
11. Дегтярева, О.И. Биржевое дело: учебник / О.И. Дегтярева. – М: Магистр, 2007. – 623 с.
12. Рынок ценных бумаг: учебник / под ред. В.А. Галанова, А.И. Басова.– М.: Финансы и статистика, 2010. – 448 с.
13. Фельдман, А.Б. Производные финансовые и товарные инструменты / А.Б. Фельдман. – М.: Экономика, 2012. – 479 с..
14. Царихин, К.С. Практикум по курсу «Рынок ценных бумаг»: учебное пособие. Ч. II / К.С. Царихин. – М.: 2001. – 348 с.
15. Царихин, К.С. Практикум по курсу «Рынок ценных бумаг»: учебное пособие. Ч. III / К.С. Царихин. – М.: 2001. – 220 с.
16. Шарп, У. Инвестиции. Пер. с англ. / У. Шарп, Г. Александер, Дж. Бэйли. – М.: ИНФРА-М, 1997. – 1024 с.



Кошкина Ольга Валентиновна

**Производные финансовые инструменты**

Учебное пособие к практическим занятиям

Отпечатано с файла заказчика

Пописано в печать 27.09.2019  
Формат 60x84 1/16 Объем усл п.л.  
Бумага 70гр. Тираж 500 экз. Заказ № 75

Типография Арт-Макс